

涉密论文 公开论文

浙江大学

本科生毕业论文（设计）



题目 异构多智能体协作控制方法研究

姓名与学号 张鸿博 3180105881

指导教师 赵均

年级与专业 控制 18 级

所在学院 控制科学与工程

提交日期 2022 年 6 月

浙江大学本科生毕业论文（设计）承诺书

1. 本人郑重地承诺所呈交的毕业论文（设计），是在指导教师的指导下严格按照学校和学院有关规定完成的。

2. 本人在毕业论文（设计）中除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得 浙江大学 或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。

3. 与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

4. 本人承诺在毕业论文（设计）工作过程中没有伪造数据等行为。

5. 若在本毕业论文（设计）中有侵犯任何方面知识产权的行为，由本人承担相应的法律责任。

6. 本人完全了解 浙江大学 有权保留并向有关部门或机构送交本论文（设计）的复印件和磁盘，允许本论文（设计）被查阅和借阅。本人授权 浙江大学 可以将本论文（设计）的全部或部分内容编入有关数据库进行检索和传播，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编本论文（设计）。

作者签名：

导师签名：

签字日期： 年 月 日

签字日期： 年 月 日

致谢

时光荏苒，岁月如梭，转眼间便到了即将毕业的时间。感谢四年所有出现在我生命里，陪伴我成长和进步的老师 and 朋友们。没有你们的支持和帮助，我将寸步难行。

首先感谢我的指导老师赵均老师和任沁源老师。感谢老师们在我学习和生活上给予的关注和关心。在我人生的关键时刻，正是老师们为我指明前进的方向，让我不再迷茫。

其次要感谢陈先玮师兄。在本篇论文的撰写过程中给予了我非常大的帮助。在实验过程中，师兄有时牺牲自己的课余时间，时时给予我必要的帮助。

再次，我要感谢我的父母，在撰写论文的这段时间给予了我无私的陪伴与支持。你们永远是我背后最坚实的依靠。

最后，我要感谢我的女朋友，在大学四年的最后时光里给予我的帮助与包容。

摘要

异构多智能体的协同控制近年来受到国内外专家的广泛关注。而异构多智能体的编队控制作为一种最基本的协同控制形式,是完成智能体群体结构化作业和高级协同任务的必要基础。本文在上述背景下,对一种异构系统的编队形成问题和编队操控问题,设计了一种分布式的控制方法。该异构系统由具有非完整约束的地面移动机器人与一个无人机组成。其中地面移动机器人形成平面编队,无人则作为编队的领导者,控制编队的几何中心位置。该控制方法的核心算法为一种基于实数拉普拉斯矩阵的控制率。同时通过加入基于代价函数的梯度下降式控制率,以及基于领导者-跟随者的控制率,完成编队自避碰、编队尺寸控制以及编队绝对位置控制。该控制方法并不需要中心化的控制器存在,单一智能体依赖自身感知系统所得到的感知,相对独立的进行控制率的计算和执行。文中重点描述了控制算法的设计、计算和收敛性的证明过程。文中给出了一种利用凸优化的方式计算控制矩阵的方式。该控制算法能够完成编队形成和编队操控的任务。本文基于 MATLAB 和 GAZEBO 设计了的多智能体仿真平台,对设计出的控制算法进行了仿真验证和分析。同时借助于 TurtleBot3 实物机器人平台以及动作捕捉系统 OPiTrack,进行了实物验证与分析。

关键词: 编队控制; 分布式控制; 多智能体协作; 梯度下降式控制算法; 凸优化;

Abstract

The cooperative control of heterogeneous multi-agents has received widespread attention from researchers in recent years. As a most basic form of collaborative control, the formation control of heterogeneous multi-agents serves a necessary role for completing some structured operations and advanced collaborative tasks. In this paper, a distributed control method is designed for the formation control problem of a heterogeneous system. This heterogeneous system consists of a group of nonholonomic Unmanned Ground Vehicles(UGVs) and an Unmanned Aerial Vehicle(UAV). The UGVs form the flat formation on the ground, and the UAV acts as the leader of the formation, controlling the geometric center of the formation. The real Laplace-Matrix based controller serves as the main controller. While by adding a gradient descending controller based on the cost function and a controller based on the leader-follower, the formation self-avoidance collision, the formation size control and the formation absolute position control are satisfied. At the same time, the controller does not require the existence of a centralized controller. Any single agent relies on the perception obtained by its own perception system to move independently. The paper focuses on the design, calculation, and proof of convergence of the control algorithm. The article gives a way to calculate the control matrix using convex optimization. Agents are capable of completing the tasks of formation generation and formation maneuver. A multi-agent simulation platform based on MATLAB and GAZEBO is designed to test the control algorithm. With the help of the TurtleBot3 physical robot platform and the motion capture system OPiTrack, physical verification and analysis were carried out.

Keywords: formation control; distributed control; multi-agent control; gradient descending control; convex optimization;

目录

承诺书	
致谢.....	I
摘要.....	III
1 绪论.....	1
1.1 研究背景及意义.....	1
1.1.1 异构多智能体系统概述.....	1
1.1.2 编队控制问题.....	2
1.2 国内外异构多智能体编队控制的研究现状.....	2
1.2.1 异构多智能体编队控制的研究方向.....	2
1.2.2 异构多智能体编队控制的研究现状.....	3
1.2.3 现存问题.....	5
1.3 研究目标和主要内容安排.....	5
2 异构多智能体编队形成和操控的算法设计.....	7
2.1 引言.....	7
2.2 智能体建模.....	8
2.2.1 地面无车（UGV）运动模型.....	8
2.2.2 空中无人机（UAV）运动模型.....	9
2.3 编队控制的问题描述.....	10
2.3.1 编队控制的假设.....	10
2.3.2 编队定义.....	11
2.4 编队控制算法设计.....	14
2.4.1 基于线性空间分析的控制策略.....	15
2.4.2 基于线性空间分析的控制矩阵计算.....	17
2.4.3 基于梯度下降的控制策略.....	18
2.4.4 领导者控制率.....	19
2.4.5 控制算法的稳定性证明.....	20
3 异构多智能体编队形成和操控的仿真与实验.....	23

3.1	仿真平台设计与搭建.....	23
3.2	实物平台设计与搭建.....	24
3.3	实验验证与结果分析.....	26
3.3.1	控制算法的仿真验证.....	26
3.3.2	控制算法的实物验证.....	34
3.3.3	控制算法的扩展和极限.....	36
4	结论.....	41
4.1	论文工作总结.....	41
4.2	论文研究展望.....	41
	参考文献.....	43
	作者简介.....	45

1 绪论

1.1 研究背景及意义

1.1.1 异构多智能体系统概述

多智能体系统是指由多个智能体组成的系统，每个智能体都有相对独立的感知和决策方式，而智能体间又能够通过协作和信息传递完成共同的任务目标^[1]。人们可以将复杂的任务分解为相对独立的子任务，智能体个体则可以智能地执行被分配的子任务。整个系统最终通过智能体间的协作和任务分配，能够完成单一智能体难以完成的复杂任务^[2]。近年来，有关多智能体的研究日益增多，如图 1-1 所示，多智能体系统也逐渐在各式各样的任务场景中得到了应用^[3]。

异构多智能体是指系统中的智能体存在结构或功能上的差异性。异构性的引入能够为系统带来感知和决策能力的提升。不同智能体之间感知和决策能力的优势互补，使其能够在复杂任务的执行当中发挥作用。

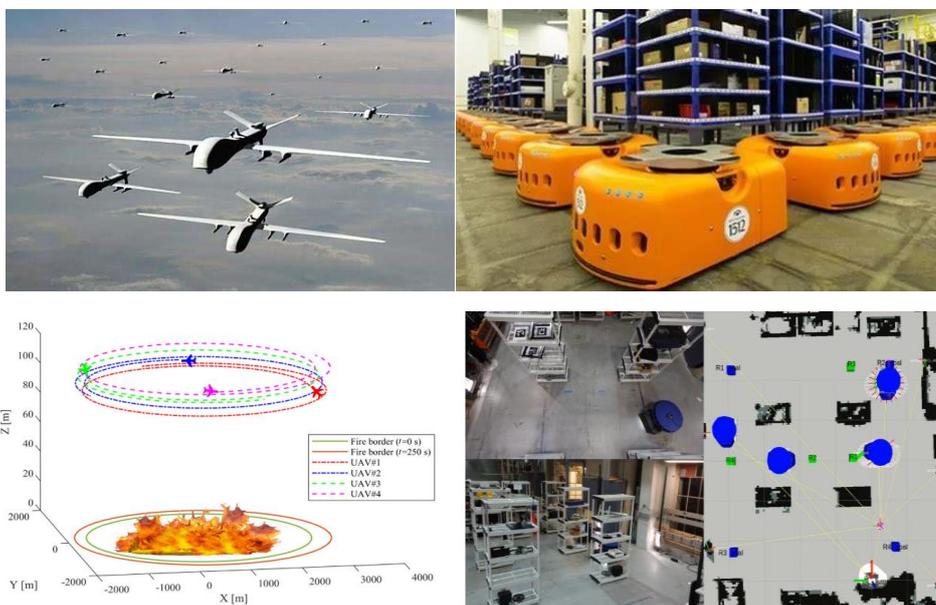


图 1.1 多智能体协作在军事侦察、智能物流、火灾监测和智能寻路等领域的应用

地面无人车 (Unmanned Ground Vehicles, UGVs) 和空中无人机 (Unmanned Aerial Vehicles, UAVs) 作为应用中最常见的两种智能机器人，由两者组成的异构多智能体系统近年来受到颇多关注。通过结合地面无人车的执行能力和空中无人机的感知能力，由 UGVs 和 UAV 组成的异构智能体系统在地质勘探、联合建图、

空地一体化，定时和搜索等应用领域^[4]都能够发挥出强大的作用。本文则围绕由UGVs和UAV所组成的异构多智能体的编队控制问题进行讨论和分析。

1.1.2 编队控制问题

多智能体的协作根据其任务目标可以分为很多种形式，如感知协作^[7]、运动协作^[8]、执行协作^[9]等。而多智能体编队控制问题是最为基础的一种多智能体运动协作形式，也是本文讨论的重点问题，其问题范畴定义如图 1.2 所示。编队控制问题的控制目标在于引导整个智能体系统形成和保持具有某种几何约束的空间构型。因此，编队问题的核心在于智能体的运动协作。通过形成编队，智能体系统能够形成结构化的空间构型，这使得智能体系统能更好的分解、分配和解决复杂任务。

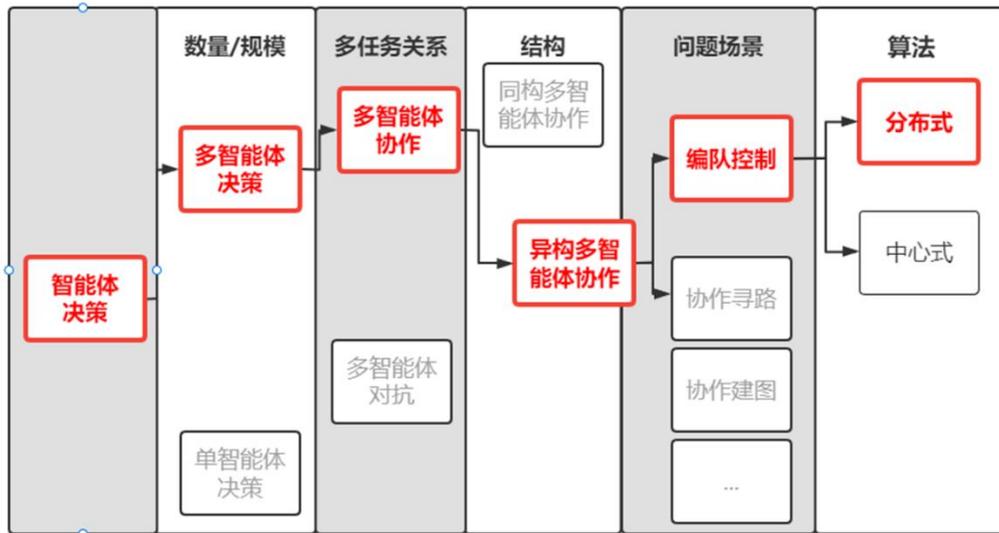


图 1.2 多智能体编队控制的问题范畴

针对编队控制的研究是智能体协作研究的基础，而编队形成也是协作的最基本形式。完成编队控制有助于发挥多智能体系统分布式、结构化和灵活等优势，同时也为复杂的，高层次的智能体协作问题做出了必要的铺垫。本文主要针对编队控制问题进行研究与分析，并设计了一种分布式的编队控制方法。

1.2 国内外异构多智能体编队控制的研究现状

1.2.1 异构多智能体编队控制的研究方向

近年来，针对多智能体的编队控制尤其是机器人群体的编队控制算法的研究

一直受到广泛的关注。研究者从不同的切入角度对编队控制问题进行了细致的研究。从研究方向来分，编队控制算法的研究主要可以分为编队定义研究^[10]、编队形成研究、编队运动研究^[12]、动态编队研究^[13]、编队连通性研究^[14]和编队分布式控制^[15]等等。

编队定义研究侧重于运用数学语言描述一个刚性编队。常见的编队定义方式有基于距离的刚性编队定义、基于角度的刚性编队定义和基于向量的刚性编队定义等。编队形成研究侧重于编队形成过程。编队运动研究侧重于编队整体动态运动时的控制方案。动态编队研究则侧重于研究对一个随时间变化的期望编队形成的控制。编队连通性研究侧重于讨论和在不同编队连通条件，或是动态编队连通条件下的编队形成问题。分布式编队控制侧重于强调各个智能体仅能获取局部的感知信息。

1.2.2 异构多智能体编队控制的研究现状

基于传感器感知能力以及智能体间交互拓扑，本文将现有的编队控制算法主要被分为基于位置的编队控制，基于距离的编队控制，以及基于位移的编队控制算法^[16]，三种控制算法对传感器感知能力和智能体间交互的要求高低如图 1.3 所示。

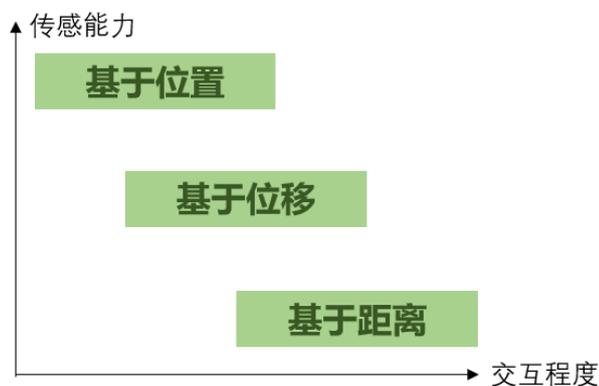


图 1.3 不同算法对于传感能力和智能体交互程度的要求高低

在基于位置的控制算法当中，单个智能体被建模为有能力感知到自己在全局坐标系的位置。智能体的编队被直接定义为基于全局坐标系的一些期望位置点。在这种情况下，智能体间的交互并不必要，虽然交互的确可以提升编队控制算法的稳定性。这种基于位置的编队控制算法主要有两个研究分支，一个是通过额外引入智能体间交互来提高控制性能，另一个则是引入了全局协调器来获取智能体

的反馈并为智能体提供适当的协调命令。**Ren** 和**Atkins**等^[17]提出了一种基于双积分器智能体建模的控制算法。该算法通过引入智能体间的信息交互来提升控制性能。**Lewis** 和**Tan**等^[18]的研究中则提出了一种基于反馈的虚拟结构控制方法。他们通过引入一个虚拟结构优化器，在每次计算迭代中，通过优化找出最适合的期望编队虚拟结构后，单一智能体进行目标跟踪。基于位置的编队控制对智能体间交互程度要求低，控制算法设计简单，但单一智能体需要了解全局坐标系的相关信息。在实际应用场景中难以满足该条件。

基于位移的控制算法当中，单个智能体被建模为无需感知到全局坐标系的完整信息，但需要知道全局坐标系的方向信息。期望的编队通过各个智能体间的位移被描述和定义。这种模式通常由为智能体引入地磁传感器而实现。在这种控制算法下，算法稳定性依赖于信息交互的拓扑结构。**Ren, Beard,** 和**McLain** 等^[19]的研究中指出，通过位移描述的编队在交互拓扑结构拥有生成树时，是指数渐进稳定的。在此基础上，大多算法通过引入共识信息，针对不同的智能体模型（一阶、二阶或是非线性）设计对应的控制算法。特别的，一些编队尺度变换算法也通过基于位移的描述而实现。**Coogan**等^[20]的研究中，基于领导-跟随模型，通过向编队领导者引入尺度变换因子，并利用通讯告知其跟随者来完成整体的编队尺度变换。**Coogan** 和**Arcak**等^[21]的研究中则讨论了在通讯受限情况下，跟随者使用一个估计器，利用周边局部智能体的行为信息预测编队的尺度变换因子。

基于距离的编队控制算法中，单个智能体假设仅能感知相对于本身局部坐标系的信息。而期望的编队则通过一系列距离信息形成刚体。在该算法框架下，首要问题是如何通过设计智能体间交互拓扑结构，实现编队定义的刚体化。**Krick, Broucke** 和 **Francis**等^[22]的研究中提出了一种基于无向图的势函数梯度控制算法。在**Summers** 等^[23]的研究中提出了基于 leader-first-follower(LFF) 和 leader-remote-follower(LRF) 的算法。算法中只有唯一的一个智能体用于距离保持。其余智能体根据分布式的控制率进行决策。

此外，根据算法的特点进行分类，常见的编队控制算法还包括基于领导者-跟随者、基于行为的、基于虚拟结构的以及基于人工势场^[24]的编队控制算法。下面主要针对分布式编队控制算法进行分析。

编队的分布式控制指在形成编队的过程中,不存在中心化的控制器。即智能体仅通过局部感知信息,结合通讯自行完成控制指令的计算和执行。分布式控制算法具有实际应用价值高、控制稳定性、可靠性强,算力要求低等特点。研究编队形成的分布式控制算法是编队控制算法的重要发展方向^[26]。

Zhiyun Lin 等^[27]提出了一种基于复数拉普拉斯矩阵的分布式控制算法,将控制目标成功放入线性空间进行分析,并基于一种线性约束定义的相似编队完成了分布式控制。Zhiyun Lin 等^[28]在^[27]的基础上对相似编队添加了编队尺寸约束,使得编队控制算法达到全局稳定。Xiao Yu 和 Lu Liu 等^[29]针对非完整约束且有速度限制的智能体编队控制问题,提出了一种基于领导者-跟随者以及状态观测器的分布式编队控制算法。Kaveh Fathian 等^[30]在^[27]的基础上,将该算法扩展至以恒定速度运动的编队控制。Fei Gao 等^[31]通过时空轨迹规划完成了多无人机编队的形成、运动和避障任务。

1.2.3 现存问题

多智能体编队控制问题作为多智能体协作的一个基础问题,近年来已经有不少相关领域的研究,许多基于数学建模和图论的控制方法已经相对成熟。但相对来讲依然存在以下问题:(1)在对编队控制算法的研究中,多数研究者将智能体简化建模为一个一阶线性系统进行分析,以简化所讨论的控制问题。但在实际应用中,非线性系统(如双轮差速机器人)和高阶系统更为常见,但现有研究成果对这两种智能体系统分析有限。(2)在许多多智能体实际应用场景中,智能体需要完成编队保持、编队自避碰、障碍物躲避等多重任务。多种控制任务的叠加使得基于模型控制算法设计变得十分复杂。(3)许多编队控制算法的研究仅在仿真环境中进行,缺乏实物实验的验证与分析。

1.3 研究目标和主要内容安排

针对目前异构多智能体系统编队控制中存在的问题及现有研究成果,本文提出一种分布式的编队控制算法,对满足非完整约束的 UGVs 和 UAV 组成的异构多智能体系统完成编队形成和编队操控的控制任务。该控制算法由三部分组成,分别为基于线性空间的相似编队控制率、基于代价函数的梯度下降控制率和基于领导-跟随模型的控制率。该控制算法不包含任何中心化设计,且各个智能体在

运动中仅能感知局部信息。

本文的章节共包含四大部分。在第一章绪论中，详细介绍了本文的研究背景及其意义。同时对异构多智能体编队控制问题的研究现状进行了叙述，并针对分布式控制算法做了补充。最后提出本文的主要研究内容和章节安排。在第二章中详细介绍了异构多智能体编队形成和操控的算法设计。本章节是全文的第一个核心章节。本节中提出和设计了一种分布式的编队控制策略，并对该控制策略的细节和控制算法稳定性进行了一系列证明。第三章中，主要针对第二章所设计的编队形成和操控算法进行仿真和实物实验的验证。文中详细描述了实验软硬件平台，以及仿真和实物实验的控制效果。并对控制结果进行了总结性的分析。第四章系统总结了全文的主要工作和主要贡献，并对编队控制算法未来的研究重点和研究方向进行了分析与展望。

2 异构多智能体编队形成和操控的算法设计

2.1 引言

随着多智能体系统在各个领域的广泛应用,有关多智能体系统的控制方法研究也越来越多。多智能体系统通过智能体之间信息共享和功能互补,能够在复杂的、多样化的任务场景下提高任务执行可靠性和效率。因此,针对多智能体系统的协作控制的研究有充分的必要性。而作为最基础、最典型的多智能体协作控制问题,编队控制问题主要指利用控制算法,使多智能体形成并维持特定的编队形状。针对编队形成问题的研究将作为协作控制的基础,为后续更复杂,更抽象的协作问题做出铺垫。

在各种多智能体系统中,由 UGVs 和空中无人机 UAV 所组成的异构系统较为常见。地面无人车的执行优势和空中无人机的监测优势相辅相成,使得该系统有着强大的任务执行能力。因此,本章节则主要讨论由多个地面无人车和一个空中无人机所组成的异构多智能体系统的编队形成问题。其中空中无人机被视作为系统编队成员的一部分。

根据控制目标的不同,编队控制可以分为编队形成和保持,编队操控(运动),编队避障等。而其中编队形成和保持问题是最为基础的控制问题,也是编队操控(运动),编队避障的基础性问题。本章节则首先针对编队形成进行讨论和研究,并侧重在分布式的问题设定之下,设计出的一种新的编队形成控制算法。

本章针对由多个 UGVs 和一个 UAV 所组成的智能体系统的编队形成问题和编队操控问题进行了研究。同时主要在分布式的智能体感知条件下进行控制,即并不存在中心化的控制器,单一智能体仅在局部信息输入下,相对独立的完成决策任务。根据上述问题框架和控制目标,本章节首先对单一智能体进行动力学建模,之后设计出基于线性空间的分布式控制算法,同时利用代价函数结合梯度下降完成编队自我避碰。最后给出控制算法的稳定性证明。为了保证行文的简洁和清晰,在后续的讨论中都将以 UGV 表示地面无人车,以 UAV 表示空中无人机。

本章节的安排如下:2.2节建立了单一智能体模型,2.3节讨论该控制问题的一系列假设和描述,2.4节提出了控制策略的设计与计算。

2.2 智能体建模

如图 2.1 所示,异构智能体系统由 1 个 UAV 和 N 个 UGVs 组成。 N 个 UGVs 则是由双轮差速驱动的运动小车组成, UAV 采用四旋翼无人机, 智能体传感和信息收集则使用基于视觉的动作捕捉系统。其中 UGVs 作为编队的主要组成部分, UAV 则充当整个编队的领导者, 对整个编队的绝对位置进行控制。下面分别对 UGVs 和 UAV 的运动学模型进行建模。

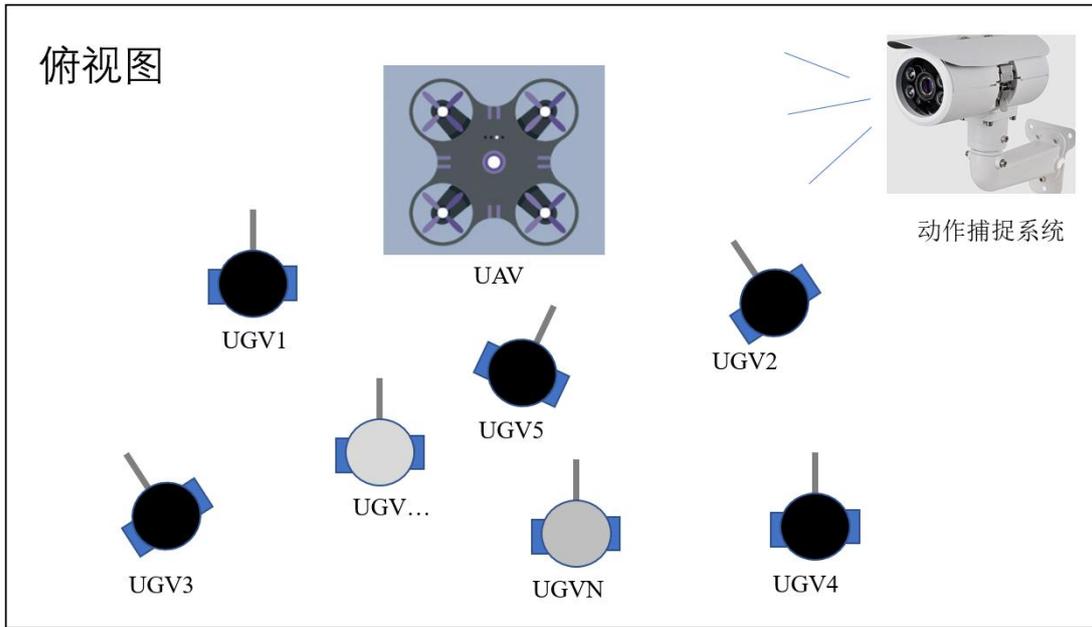


图 2.1 由 UGVs 和 UAV 组成的异构多智能体系统示意图。

2.1.1 地面无人小车 (UGV) 运动模型

实物平台所使用的 UGV 为典型的双轮差速驱动机器人。考虑一个由 N 个双轮差分驱动机器人组成的编队系统。假设 UGV 在一个平面上运动, 则对第 i 个地面机器人的平面运动学模型建立如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i \cos\theta \\ \dot{y}_i = v_i \sin\theta \\ \dot{\theta}_i = \omega_i \end{cases} \quad (2-1)$$

如图 2.2 所示, 其中 $[x_c, y_c, \theta]^T$ 表示 UGV 质心在惯性全局坐标系下的位置和姿态。规定 θ 表示机器人的构造头部的朝向与绝对坐标系 x 轴正半轴的劣角, 因此 θ 属于 $(-\pi, \pi]$ 。而 $[v, \omega]^T$ 则表示在 UGV 参考系下机器人朝向方向的线速度和绕两轮中点的旋转角速度, 为 UGV 的控制输入。

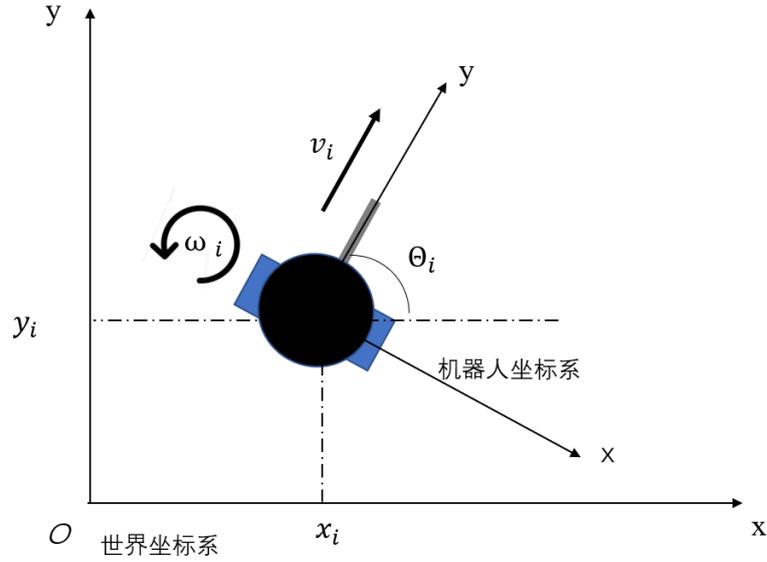


图 2.2 UGV 运动学模型示意图

2.1.2 空中无人机 (UAV) 运动模型

本章将 UAV 模型在适当的假设下进行简化。如图 2.3 所示，由于 UAV 在空中悬停时，其机身平面一般与地面平行，即保持姿态角中横滚角和偏转角为 0。如图 2.3 所示，因此在对编队形成和保持的控制分析中，我们可以将 UAV 模型简化为一种平面模型。简化后的模型如下：

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = v \cos \theta \\ \dot{y}_0 = v \sin \theta \\ \dot{\theta}_0 = \omega \\ z_0 = h \end{cases} \quad (2-2)$$

其中 $[x_0, y_0, z_0, \theta]^T$ 表示 UAV 质心在惯性绝对坐标系下的位置和姿态， h 表示无人机悬停的高度，在简化模型中可以看作一常值。规定 θ 表示无人机头朝向与绝对坐标系 x 轴正半轴的劣角，因此 $\theta \in (-\pi, \pi]$ 。而 $[v, \omega]^T$ 则作为无人机的控制输入，表示在机器人参考系下无人机平面内无人机朝向方向的线速度和角速度。

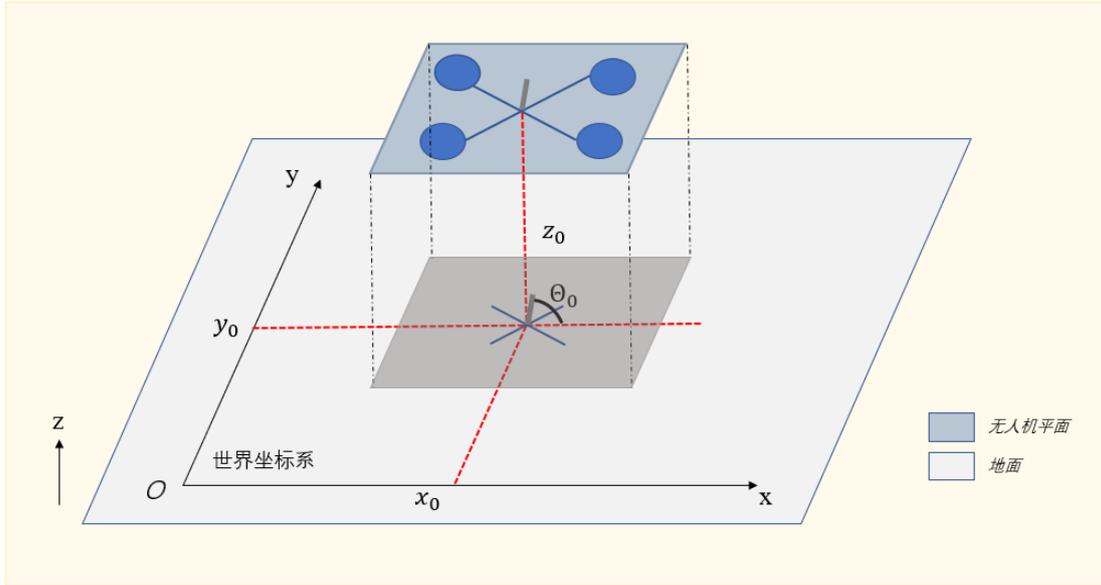


图 2.3 UAV 运动学模型示意图

可以看出，公式 (2-1) 和公式 (2-2) 具有相似性。UAV 在满足上述假设的前提下，可以被看作一个具有高度控制功能的平面运动智能体，这将方便我们后续针对编队形成控制的讨论。

2.3 编队控制的问题描述

本章节的控制目标是，针对编队的形成以及编队的操控设计分布式的控制算法。其中，编队形成指的是 UGVs 形成特定形状、特定尺寸以及特定中心位置的二维几何形状。编队操控则指，我们可以通过控制指令改变 UGVs 编队的尺寸。同时使得 UGVs 编队做到针对 UAV 的跟随效果，其中 UAV 位置在二维地面平面的投影作为 UGVs 编队的编队几何中心。

2.3.1 编队控制的假设

本章所描述的编队形成控制策略满足以下重要的条件或假设：

(1) 所有智能体个体拥有如公式(2-1)所定义的运动学模型（详见节 2.2）。假设系统包含 N 个智能体个体，则对第 $i (i = 1 \dots N)$ 个智能体，通过控制指令 $[v_i, w_i]^T$ 可以对其实现运动控制。

(2) 虽然所有 UGVs 在结构和模型上同构，但每个智能体都有唯一编号（标识），单个智能体能够识别和辨认其余智能体的编号（标识）。

(3) 所有 UGVs 满足分布式感知的假设，即 UGVs 能够通过自身携带的距

离和角度传感器，特定几个编号（标识）智能体相对于自身的距离和角度信息，但无法获取全局坐标系或是绝对坐标系下的任何信息。

(4) 在控制过程中，不存在中心式的控制指令发送者，所有智能体仅依靠自身传感信息和预先给定的控制策略自行解算控制率。

(5) 智能体之间的感知和测量是对称的，即当智能体*i*能够感知到智能体*j*，那么智能体*j*也同样能够感知到智能体*i*。反之，当智能体*i*感受不到智能体*j*，则智能体*j*也同样无法感知智能体*i*。

2.3.2 编队定义

根据所依赖的传感信息不同，编队的定义也分为很多种，如基于绝对位置的编队定义，基于距离的编队定义，基于向量的编队定义等。我们可以通过图论术语结合一个编队特征向量来对期望编队进行完整定义。

考虑一个由 N 个智能体组成的系统，并对第 i 个智能体编号为 i 。对于期望编队 F^* ，那么在某个坐标系 XOY 下，我们可以用一个编队特征向量 $\mathbf{q}^* \in \mathbb{R}^{2N}$ 来表述编队个体的期望位置：

$$\mathbf{q}^* = [q_1^*, q_2^*, \dots, q_i^*, \dots, q_N^*]^T, \quad (2-3)$$

其中 $\mathbf{q}_i^* = [x_{des}, y_{des}]^T \in \mathbb{R}^2$ 表示编号为 i 的智能体在 XOY 下的期望位置坐标。

同时，编队中智能体之间的感知和连通关系对于分布式编队控制也相当重要，我们借用图的定义对编队的连通关系进行描述。那么期望编队的定义可以使用包括图节点 V 和边 E 在内的图 $G = \langle V, E \rangle$ 来描述，如图 2.4 所示。我们将每个图节点 V 视作智能体个体，而将边 E 视作智能体间的通讯/感知回路。而根据 2.3.1 节中给出的假设 (5)，所分析的期望编队可以使用一个无向图 G 来表示。无向图指的是边没有方向的图。因此图中的每一条边都表示两个智能体间存在并建立了感知联系。

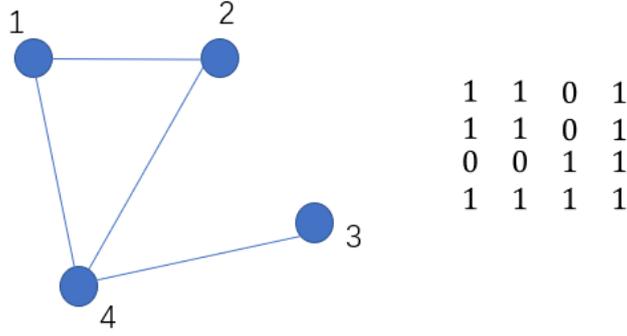


图 2.4 由四个智能体组成的编队及其对应的连通矩阵 G

可以使用期望坐标向量 \mathbf{q}^* 和图的连通矩阵 G 来对期望编队 F^* 进行完整的数学描述。

$$F^* := \langle \mathbf{q}^*, G \rangle \quad (2-4)$$

可以看出对于一个特定的期望编队 F^* ，其编队特征向量并不唯一。因为该向量可以在任意坐标系下被产生和表示。那么同一个编队对应的特征向量之间显然能够通过平移和旋转进行相互转换。那么能否寻找到特征向量之间的共性关系，甚至将特征向量都放入同一个线性空间中进行分析和讨论呢？如果所有的编队期望坐标向量能够组成一个线性空间，那么使用矩阵定义和确定编队就变得简单与直观。受论文[24]的启发，我们将相似编队的概念引入对编队定义问题。

定义 1: 如果两个编队 F_1^*, F_2^* 能够通过平移、旋转以及缩放进行相互转换，那么这两个编队 F_1^*, F_2^* 可以被称作相似编队。

根据以上定义，我们可以得到如下结论：

结论 1: 对于任意一个编队 $F := \langle \mathbf{q}^*, G \rangle$ ，由 $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{q}^*, \overline{\mathbf{q}^*}$ 作为基所张成的线性空间 $\xi = \text{Span}\{\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{q}^*, \overline{\mathbf{q}^*}\} = P\{F^*: \mathbf{q}^*\}$ ，其中 P 表示所有与 F 相似的编队的编队特征向量所组成的集合， $\mathbf{E}_1 = [1, 0, 1, 0, \dots, 1, 0]^T \in \mathbb{R}^{2N}$ ， $\mathbf{E}_2 = [0, 1, 0, 1, \dots, 0, 1]^T \in \mathbb{R}^{2N}$ ， \mathbf{q}^* 为编队 F 的编队期望向量， $\overline{\mathbf{q}^*}$ 定义为： $\overline{\mathbf{q}^*} = R(N, \pi/2)\mathbf{q}^*$ ，其中矩阵 $R(N, \theta)$ 为分块对角矩阵，其对角线上的元素都为旋转矩阵 $R(\theta)$ ，定义如下：

$$R(N, \theta) = \begin{pmatrix} R(\theta) & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & R(\theta) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & R(\theta) & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & R(\theta) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2N \times 2N} \quad (2-5)$$

为了证明结论 1，首先给出两条引理。

引理 1: 对于 $\forall \theta$, 向量 $v = R(\theta)q^*$, 都存在常数 c_1, c_2 满足:

$$v = c_1 q^* + c_2 \overline{q^*} \quad (2-6)$$

引理 2: 对于任意常数 a_1, a_2 , 向量 $v = a_1 q^* + a_2 \overline{q^*}$, 都存在一个 $\theta \in (-\pi, \pi]$ 和 a , 满足:

$$v = a \cdot R(\theta)q^* \quad (2-7)$$

证明 (结论 1): 首先证明 $\xi = \text{Span}\{E_1, E_2, q^*, \overline{q^*}\} \supseteq P\{F^*: q^*\}$ 。对于 $\forall v \in P$, 根据定义 1 可以得到 v 满足如下关系:

$$v = c_1 E_1 + c_2 E_2 + c_3 R(\theta)q^* \quad (2-8)$$

V 对应的编队由 F^* 编队在 x 轴方向平移 c_1 个单位, 在 y 轴方向平移 c_2 个单位, 并绕 x 轴整体旋转 θ , 整体尺寸缩放 c_3 得到的 F^* 编队的相似编队。

根据引理 1, 存在常数 a_1, a_2 , 使得 $R(\theta)q^* = a_1 q^* + a_2 \overline{q^*}$, 因此 v 可以写做:

$$v = c_1 E_1 + c_2 E_2 + c_3 \cdot a_1 q^* + c_3 \cdot a_2 \overline{q^*} \quad (2-9)$$

根据上式可知, 显然 $v \in \xi$ 。由 v 的任意性可知:

$$\xi \supseteq P\{F^*: q^*\} \quad (2-10)$$

其次证明 $\xi \subseteq P\{F^*: q^*\}$ 。对于 $\forall v_s \in \xi$,

$$v_s = d_1 E_1 + d_2 E_2 + d_3 q^* + d_4 \overline{q^*} \quad (2-11)$$

根据引理 1 可知, 存在一个 $\theta \in (-\pi, \pi]$ 和 a 满足

$$d_3 q^* + d_4 \overline{q^*} = a \cdot R(\theta)q^* \quad (2-12)$$

因此 v_s 可以表示为:

$$v_s = d_1 E_1 + d_2 E_2 + a \cdot R(\theta)q^* \quad (2-13)$$

显然, 由 v_s 所定义的编队可以通过将编队 F^* 在 x 轴方向平移 d_1 个单位, 在 y 轴方向平移 d_2 个单位, 并绕 x 轴整体旋转 θ , 整体尺寸缩放 a 所得到。因此 $v_s \in P\{F^*: q^*\}$ 。根据 v_s 的任意性可知:

$$\xi \subseteq P\{F^*: q^*\} \quad (2-14)$$

根据公式 (2-10) 和公式 (2-14) 可以得到

$$\xi = \text{Span}\{E_1, E_2, q^*, \overline{q^*}\} = P\{F^*: q^*\} \quad (2-15)$$

结论 1 证明完成。

根据结论 1，我们得到了相似编队较好的数学描述形式，将期望编队向量放在线性空间中进行分析显然有利于控制算法的设计。2.4 节将详细描述如何基于该线性空间定义和设计控制策略。

2.4 编队控制算法设计

如图 2.5 所示，建立了一个分布式的编队形成控制框架。该控制框架主要分为在线和离线两部分。而在线控制器则被分为了主控制率、梯度下降控制率和领导者控制率三部分。通过三部分控制率结合，能够使多智能体无碰地完成编队形成和编队绝对位置定位的任务。

在离线控制器部分，根据编队的描述参数，如智能体数量和智能体连通关系，智能体的实际初始位置以及智能体期望位置等，利用编队定义编码器生成编队特征向量 q^* ，和编队特征矩阵 G ，并离线计算出主控矩阵 A 。该主控矩阵无需在线更新，将在编队控制开始时发送给各个智能体。

而在线控制器当中，智能体个体根据自身所携带的传感器，利用感知到的距离、角度信息，分别计算出主控制率 $[v_s, w_s]^T$ 和梯度下降控制率 $[v_g, w_g]^T$ 。两者加和后，再利用运动控制器得到控制指令完成控制流程。其中主控控制率对编队的形状进行约束，而梯度下降控制率约束编队尺寸并完成编队智能体间避碰。值得一提的是，在整个控制过程中，除编队中的两个领导者外，单一智能体无需利用全局坐标/绝对坐标系下的任何感知信息。这符合多智能体编队在实际应用中的感知情况，也是多智能体分布式控制的关键所在。首先对编队形成进行问题界定和描述。

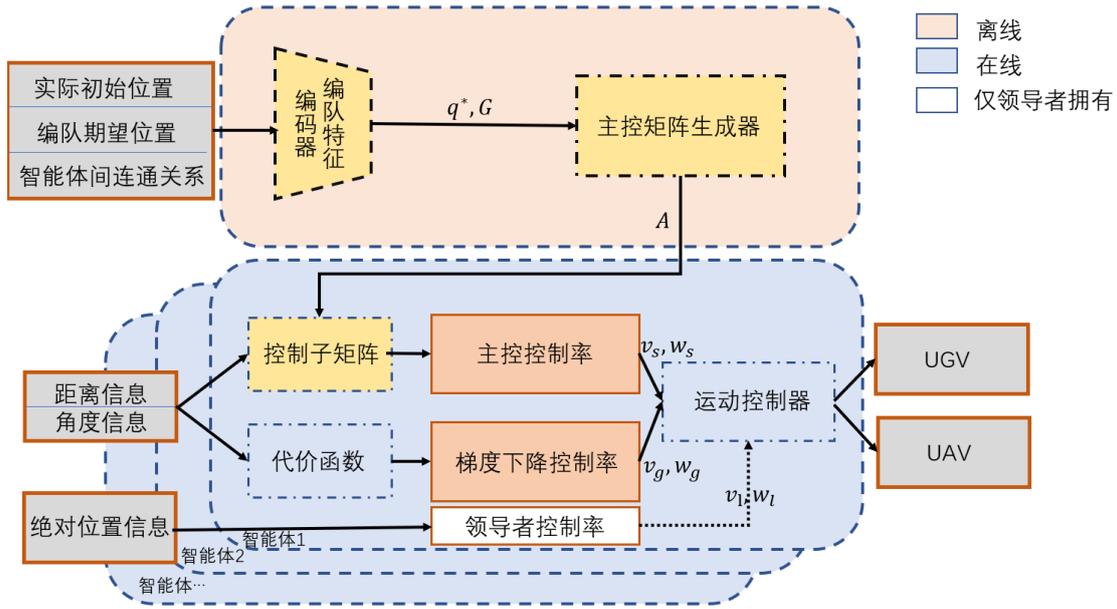


图 2.5 编队形成的控制流程示意图

本文首先基于线性空间分析和设计主控制策略，之后对于代价函数和梯度下降控制策略的设计过程进行描述，最后给出整体控制策略以及控制算法稳定性证明。

2.4.1 基于线性空间分析的控制策略

根据 2.3 节中给出的相似编队的定义 1 以及结论 1，受[24]的启发，可以将相似矩阵所形成的线性空间 ξ 作为解空间，并寻找一个线性映射 σ ，如公式(2-16)所示，使得解空间能够作为线性映射的核空间。这样该线性空间可以被这个线性映射 σ 所描绘和刻画。

$$\sigma(\xi) = 0 \tag{2-16}$$

显然我们可以根据线性空间 ξ 的一组基 $\{E_1, E_2, q^*, \overline{q^*}\}$ 设计该映射 σ 。对于 N 个智能体所组成的多智能体系统，给出如下定义：

定义 2: 针对一个期望编队 $F^* := \langle q^*, G \rangle$ ，对于 q^* 及其相似编队所形成的线性空间 ξ ，定义线性算子 $\sigma: \mathbb{R}^{2N} \rightarrow \mathbb{R}^{2N}$ ，其对应的矩阵形式 $A \in \mathbb{R}^{2N \times 2N}$ 具有如下的形式定义：

$$A = \begin{pmatrix} -\sum_{j \neq 1} A_{1j} & A_{1j} & \dots & A_{1N} \\ A_{2j} & -\sum_{j \neq 2} A_{2j} & \dots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & A_{1j} & \dots & -\sum_{j \neq N} A_{NN} \end{pmatrix} \quad (2-17)$$

其中 A_{ij} 对任意的 $i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, N$, 都满足如下性质:

$$A_{ij} = \begin{pmatrix} a_{ij} & -b_{ij} \\ b_{ij} & a_{ij} \end{pmatrix}$$

Subject to:

$$A_{ij} = 0, \text{ if } G(i, j) = 0 \quad (2-18)$$

根据以上定义, 可以看出矩阵 A 满足如下性质:

- (1) 矩阵的每一行之和为 0。
- (2) A 为对称矩阵。
- (3) 若矩阵 A 的特征值都大于等于零, 则矩阵 A 为半正定矩阵。
- (4) 对于任意非零的子矩阵 A_{ij} , 满足 $A_{ij} = a \cdot E$, 其中 E 为正规矩阵。

下面利用结论 2 和结论 3 充分描述线性算子 σ 的核空间 $\text{Ker}(\sigma)$ 与线性空间 ξ 的关系。

结论 2: 由定义 2 所给出的线性算子 σ , 若 $\sigma(\mathbf{q}^*) = 0, \sigma(\overline{\mathbf{q}^*}) = 0$, 则 σ 满足:

$$\xi \subseteq \text{Ker}(\sigma) \quad (2-19)$$

证明: 根据定义 2 的性质 (1) 我们显然可以得到 $A\mathbf{E}_1 = 0, A\mathbf{E}_2 = 0$ 。因此线性空间的一组基都在该映射 ξ 的核空间中, 那么线性空间 $\xi \subseteq \text{Ker}(\sigma)$ 。

结论 3: 对于编队 $F^* := \langle \mathbf{q}^*, G \rangle$, 一个形如定义 2 的线性映射 σ 的核空间满足如下关系, 当且 G 为双根图。

$$\text{Ker}(\sigma) = \{c_1\mathbf{E}_1 + c_2\mathbf{E}_2 + c_3\mathbf{q}^* + c_4\overline{\mathbf{q}^*}: c_1, c_2, c_3, c_4 \in \mathbb{R}\} \quad (2-20)$$

该证明在[24]中给出, 本文则不再赘述。

结论 2 和结论 3 很好地通过线性映射描述了相似编队的线性空间, 这提供了控制率设计前提条件。根据结论 2 和结论 3, 对于满足条件的期望编队 $F^* := \langle \mathbf{q}^*, G \rangle$, 可以保证能够找到一个形如定义 2 的矩阵 A , 对 $\forall \mathbf{q} \in \xi$, 满足:

$$A\mathbf{q} = 0 \quad (2-21)$$

在由 N 个智能体组成的系统中，对于智能体 i 设计如下控制率 u_i^{form} ：

$$u_i^{\text{form}} = \begin{pmatrix} v_i \\ \omega_i \end{pmatrix} = R(\theta_i) \sum_{j \in E_i} A_{ij} (\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j), i = 1, \dots, n \quad (2-22)$$

其中 $R(\theta_i) = \begin{pmatrix} \cos(\theta_i) & \sin(\theta_i) \\ -\sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) \end{pmatrix}$ ， θ_i 为智能体 i 的朝向角。 $\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_j$ 分别为智能体 i, j 在 i 局部坐标系下的位置信息。

当 $u_i^{\text{form}} = 0$ 时，控制输入为零，整个编队进入稳定点。此时编队的约束为：

$$\sum_{j \in E_i} A_{ij} (\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j) = 0, i = 1, \dots, n \quad (2-23)$$

值得注意的是，由于定义 2 的性质 (4) 的存在，这种编队约束方式与参考系无关。该控制率的示意图如图 2.6 所示。这一重要特性为我们完成分布式控制提供了前提。这种特性将在控制稳定性证明部分得到应用和证明。

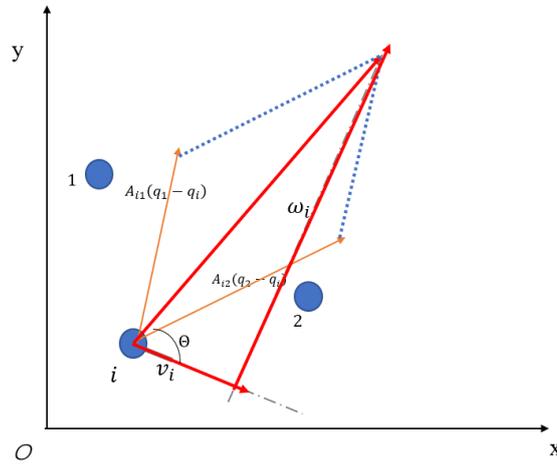


图 2.6 智能体 i 的控制率示意图

2.4.2 基于线性空间分析的控制矩阵计算

该节讨论如何计算和设计出矩阵 A 。下一节的证明给出了矩阵 A 的特征值与控制系统稳定性的关系。由于矩阵 A 为实对称的正定矩阵，其特征值都为实数且为非负。我们需要控制 A 的所有的非零的特征值尽量的大。那么寻找矩阵 A 的问题可以被转化为一个半正定凸优化问题。

首先利用奇异值分解，去掉矩阵 A 零特征值对应的子空间。对 A 的核空间基向量组成的矩阵 $N = [E_1, E_2, q^*, \bar{q}^*]$ 进行奇异值分解：

$$USV^T = N, [\bar{Q}, Q] = U, \text{ 其中 } Q \in \mathbb{R}^{2N \times (2N-4)} \quad (2-24)$$

那么矩阵 $\bar{A} = Q^T A Q$ 的核空间将会去掉由四个 0 特征值描述的子空间，矩阵 \bar{A} 与矩阵 A 除零特征值外拥有相同的特征值。定义以下凸优化问题：

$$A = \underset{a_{ij}, b_{ij}}{\operatorname{argmax}} (\lambda_{\min}(\bar{A})) \quad (2-25)$$

约束如下：

$$\begin{cases} AN = 0 \\ A_{ij} = 0, \text{ if } G(i, j) = 0 \\ \lambda_{\max}(\bar{A}) < c_0 \end{cases} \quad (2-26)$$

求解该凸优化问题即可得到矩阵 A 。

2.4.3 基于梯度下降的控制策略

2.4.2 中的控制率是在相似编队的框架下进行定义和计算的，因此仅能保证编队形状与期望编队相似，而实际应用中一般对编队的形状和尺寸都有要求。同时，上述算法并未考虑到智能体间相互避碰的问题。

本节提出一种基于代价函数和梯度下降的控制策略。该策略通过引入以智能体间距离为变量的代价函数，根据梯度下降设计控制率，驱使智能体间的距离达到编队要求的期望距离，从而形成编队。根据控制目标的要求，我们设计出如下的代价函数：

$$f_{\text{cost}}(d_{\text{real}}, d_{\text{des}}) = \begin{cases} \frac{(d_{\text{real}} - d_{\text{des}})^2}{d_{\text{real}}}, & d_{\text{real}} > d_{\text{des}} - d_t \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (2-27)$$

其中 d_{real} 表示实际的智能体间距离，而 d_{des} 表示期望的智能体间距离。 d_t 为死区距离，当 $d_{\text{real}} \in [d_{\text{des}} - d_t, +\infty)$ 时，代价函数的值为零。该代价函数的示意图和代价曲线如图 2.7 (a) (b) 所示。

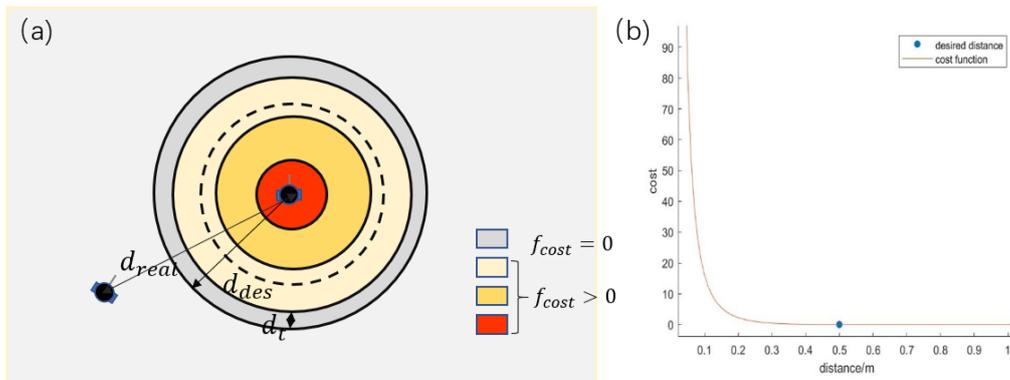


图 2.7 (a) 代价函数示意图 (b) 代价函数曲线图

该代价函数满足如下性质：

(1) 当两智能体间距大于期望间距时，代价为 0，即该控制率并不影响智能体的运动策略。

(2) 当两智能体间距小于期望间距时，代价随着智能体间距离的减小而迅速增大。当 $d_{\text{real}} \rightarrow 0$ 时， $f_{\text{cost}} \rightarrow +\infty$ 。

(3) 距离为 d_t 的死区避免智能体在期望位置附近的震荡。

利用上述代价函数，我们写出对于智能体 i 的总代价函数：

$$J_i^{\text{cost}} = \sum_{j \neq i} f_{\text{cost}}(d_{ij}^{\text{real}}, d_{ij}^{\text{des}}) \quad (2-28)$$

那么将公式 (2-27) 与公式 (2-28) 相结合，我们便得到如下控制率：

$$u_i^{\text{cost}} = R(\theta) \left[\frac{dJ_i^{\text{cost}}}{dx} \quad \frac{dJ_i^{\text{cost}}}{dy} \right] \quad (2-29)$$

将梯度下降控制率与主控控制率结合，我们得到了智能体系统中非领导者个体的控制率如公式(2-30)所示。其中 K_{form} 与 K_{cost} 分别为主控控制率增益以及梯度下降增益。

$$u_i = K_{\text{form}} \cdot u_i^{\text{form}} + K_{\text{cost}} \cdot u_i^{\text{cost}} \quad (2-30)$$

$$u_i = K_{\text{form}} R(\theta) \sum_{j \in E_i} A_{ij} (\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j) + K_{\text{cost}} R(\theta) \left[\frac{dJ_i^{\text{cost}}}{dx} \quad \frac{dJ_i^{\text{cost}}}{dy} \right] \quad (2-31)$$

2.4.4 领导者控制率

通过 2.4.2 节和 2.4.3 节设计的控制率，完成了智能体编队形状的控制，以及智能体间避免碰撞的保证。但形如公式(2-27)的代价函数单边设计并不能控制编队的尺寸，同时更无法确定编队在全局坐标的绝对位置。为了完成对编队几何中心的绝对位置的控制，本节为编队引入两个领导者。这两个领导者可以获取和感知自身的绝对位置信息。通过绝对位置信息，以控制整个编队中心的位置，以及编队的尺寸。值得注意的是，引入两个领导者之后，其余非领导者智能体并不知晓领导者具体对应哪个智能体，且不会对领导者智能体做出区别于其余智能体的特殊的反应。而对于领导者智能体本身，在主控控制率和梯度下降控制率的基础上，还附加了领导者控制率。引入两个领导者并不违背分布式的假设。本节基于领导者-跟随者模型，设计出领导者控制率 u_i^{leader} 。

在编队中有条件的选取两个智能体作为整个编队的领导者。对领导者设计如

下额外的领导者控制率：

$$u_i^{\text{leader}} = \begin{cases} KR_i(\theta_i)(\mathbf{q}_{\text{des}} - \mathbf{q}_{\text{real}})/\|\mathbf{q}_{\text{des}} - \mathbf{q}_{\text{real}}\|, \|\mathbf{q}_{\text{des}} - \mathbf{q}_{\text{real}}\| > 1 \\ KR_i(\theta_i)(\mathbf{q}_{\text{des}} - \mathbf{q}_{\text{real}}), \text{ else} \end{cases} \quad (2-32)$$

其中 $R_i(\theta_i)$ 为领导者朝向 θ_i 对应的旋转矩阵， K 为控制增益，而 \mathbf{q}_{des} 和 \mathbf{q}_{real} 则分别为领导者的期望绝对位置和实际绝对位置。

可以看出，领导者控制率本质上是对期望位置 \mathbf{q}_{des} 的跟随控制。那么对于编队中的领导者智能体，其最终的控制率将由三部分组成：

$$u_i = u_i^{\text{form}} + u_i^{\text{cost}} + u_i^{\text{leader}} \quad (2-33)$$

2.4.5 控制算法的稳定性证明

引理 3： 对于形如公式：

$$\sum_{j \in E_i} A_{ij}(\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j) = 0, i = 1, \dots, n \quad (2-34)$$

定义的编队约束，该公式在任意参考系下都成立。

对于非完整约束的智能体建模，我们使用李雅普诺夫稳定性判据进行分析。首先，根据引理 3，稳定性的证明可以被放在全局坐标系中进行分析。其次，对于控制率 u_i ，由于在平衡点附近， u_i^{cost} 与 u_i^{leader} 的值接近 0，并不影响整体控制算法的收敛性，因此这里只对控制率 u_i^{form} 的稳定性进行证明。

根据公式 (1) 所提出的差速小车模型，令 $h_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) \end{bmatrix}$ ， $\bar{h}_i = \begin{bmatrix} -\sin(\theta_i) \\ \cos(\theta_i) \end{bmatrix}$ ， $q_i = [x_i, y_i]^T$ 那么差速小车模型可以重写为下式：

$$\begin{cases} \dot{q}_i = h_i v_i \\ \dot{h}_i = \bar{h}_i \omega_i \end{cases} \quad (2-35)$$

对于 N 个智能体，让 $\mathbf{q} := [q_1^T, q_2^T, \dots, q_n^T]^T$ ，则 N 个智能体系统的状态方程可以有如下的定义：

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}} = H\mathbf{v} \\ \dot{\mathbf{h}} = \bar{H}\boldsymbol{\omega} \end{cases} \quad (2-36)$$

其中矩阵 H 和矩阵 \bar{H} 则分别是由 h_i 和 \bar{h}_i 所组成的分块对角矩阵。

根据 u_i^{form} 的定义：

$$u_i^{\text{form}} = R_i(\theta_i) \sum_{j \in E_i} A_{ij}(\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j), i = 1, \dots, n \quad (2-37)$$

我们可以直接写出 $u_i^{\text{form}} := [u_1^T, u_2^T, \dots, u_n^T]^T$ 定义如下:

$$u_i^{\text{form}} = \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -HAq \\ -\bar{H}Aq \end{pmatrix} \quad (2-38)$$

结合公式 (36) 和公式 (38), 可以写出多智能体系统的非线性状态方程:

$$\begin{cases} \dot{q} = -HH^T Aq \\ \dot{h} = -\bar{H}\bar{H}^T Aq \end{cases} \quad (2-39)$$

由于在 2.4.1 章节中提到, 最终设计出的控制矩阵 A 为半正定矩阵, 设计如下形式的李雅普诺夫函数:

$$V(q, t) := \frac{1}{2} q^T Aq \geq 0 \quad (2-40)$$

那么 V 对时间 t 进行求导得到:

$$\dot{V}(q, t) = q^T A \dot{q} = -q^T A H H^T Aq = -(H^T Aq)^T (H^T Aq) = -\|H^T Aq\|^2 \leq 0, \quad (39)$$

根据矩阵 A 的定义可知 $Aq^* = 0$, 因此 q^* 为该系统的一个稳定点。那么对于一个 $q \neq q^*$,

$$\dot{V}(q, t) = -\|H^T Aq\|^2 \quad (2-41)$$

而因为 $q \neq q^*$ 及矩阵 A 的定义, $Aq \neq 0$ 。同时由于矩阵 H^T 显然为满秩矩阵, 因此其核空间应该只存在零向量。综上可以得出: 对于任意的初始条件 $q \neq q^*$, 都有 $\dot{V}(q, t) = -\|H^T Aq\|^2$ 不恒等于零。

综上所述, 对于如上定义的多智能体控制策略, 定义为 $V(q, t) := \frac{1}{2} q^T Aq$ 的李雅普诺夫函数具有如下性质:

- (1) $V(q, t)$ 为正定。
- (2) $\dot{V}(q, t)$ 为负半定。
- (3) $\lim_{\|q\| \rightarrow \infty} V(q, t) = \infty$
- (4) 对于任意的初始条件 $q \neq q^*$, 都有 $\dot{V}(q, t) = -\|H^T Aq\|^2$ 不恒等于零。

结论 3: 根据以上三条性质, 我们可以断定, 该控制率是全局渐进稳定的。

下面给出引理 3 的证明。

引理 3: 对于形如公式:

$$\sum_{j \in E_i} A_{ij} (q_i - q_j) = 0, i = 1, \dots, n \quad (2-42)$$

定义的编队约束（详见公式（2-18）），该公式在任意参考系下都成立。

证明： 已知上公式在二维参考系 a 下成立，即

$$\sum_{j \in E_i} A_{ij} (\mathbf{q}_i^a - \mathbf{q}_j^a) = 0, i = 1, \dots, n \quad (2-43)$$

那么对于任意二维参考系 b 都存在 θ, c 使得：

$$\mathbf{b} := R(\theta)\mathbf{a} + \mathbf{c} \quad (2-44)$$

其中 $R(\theta)$ 为二维旋转矩阵， $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^{2N \times 1} = [c_1, c_2]^T$ ，表示由参考系 a 旋转 θ 角，沿 x 轴平移 c_1 ，沿 y 轴平移 c_2 得到。那么在参考系 b 下，

$$\begin{aligned} \sum_{j \in E_i} A_{ij} (\mathbf{q}_i^b - \mathbf{q}_j^b) &= \sum_{j \in E_i} A_{ij} (R(\theta)\mathbf{q}_i^a + \mathbf{c} - R(\theta)\mathbf{q}_j^a + \mathbf{c}) \\ &= \sum_{j \in E_i} A_{ij} R(\theta) (\mathbf{q}_i^a - \mathbf{q}_j^a) \end{aligned} \quad (2-45)$$

根据 A 矩阵的性质（4），可知

$$A_{ij} = \mathbf{a}_{ij} \cdot \mathbf{E}_{ij} \quad (2-46)$$

其中 E 为正规矩阵, \mathbf{a} 为一常数。那么，

$$\begin{aligned} \sum_{j \in E_i} A_{ij} (\mathbf{q}_i^b - \mathbf{q}_j^b) &= \sum_{j \in E_i} A_{ij} R(\theta) (\mathbf{q}_i^a - \mathbf{q}_j^a) \\ &= \sum_{j \in E_i} \mathbf{a}_{ij} \cdot \mathbf{E}_{ij} R(\theta) (\mathbf{q}_i^a - \mathbf{q}_j^a) \\ &= \sum_{j \in E_i} \mathbf{a}_{ij} \cdot R(\theta) \mathbf{E}_{ij} (\mathbf{q}_i^a - \mathbf{q}_j^a) \\ &= R(\theta) \sum_{j \in E_i} \mathbf{a}_{ij} \cdot \mathbf{E}_{ij} (\mathbf{q}_i^a - \mathbf{q}_j^a) \\ &= R(\theta) \sum_{j \in E_i} A_{ij} (\mathbf{q}_i^a - \mathbf{q}_j^a) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2-47)$$

3 异构多智能体编队形成和操控的仿真与实验

3.1 仿真平台设计与搭建

本节主要介绍仿真与实物平台的搭建和设计。首先对 MATLAB 平台上的多智能体仿真系统以及基于 ROS 的 GAZEBO 仿真平台进行详细介绍。其次，对于实物两轮差速机器人以及动作捕捉系统进行描述和分析。

MATLAB 是一款强大的数据处理、模型仿真和科学计算软件。该软件当中集成开发了许多简单易用但功能强大的开发包和数据包，以供用户使用。多智能体系统鉴于其仿真对象数量众多，控制算法复杂，计算量大等特点，在传统的仿真软件当中有仿真速度慢，消耗资源多等劣势。使用 MATLAB 中开源的软件框架 mobile-robotics-simulation-toolbox 是一个多智能体仿真和可视化平台，具有可视化页面渲染简洁易操作，对二维移动机器人仿真效率高等特点。该平台鉴于其较为简单的可视化设计和渲染，以及方便的编程和修改，成为了初步验证多智能体控制算法的优秀平台。同时利用 MATLAB 的高效计算性能，该平台能够做到对大量智能体场景下，复杂控制算法的快速仿真。如图 3.1 所示，在对该开源工具箱进行简单修改的基础上，对所设计的控制算法进行了初步的验证和仿真。图 3.1 (b) 中蓝色圆圈代表智能体，红色叉代表编队的期望位置，由智能体中心发出的红色直线表示实时的控制指令向量，智能体之间的连线代表了智能体之间的感知关系。

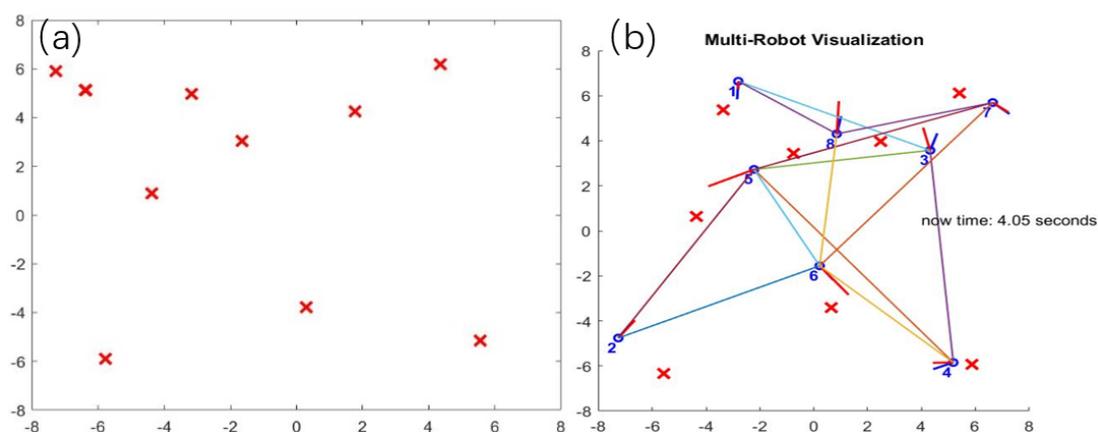


图 3.1 (a) 编队期望位置产生器 (b) 基于 MATLAB 的多智能体仿真平台

为了达到更可靠的仿真与实物的转换，我们同样选择在基于 ROS 操作系统的 GAZEBO 仿真平台上进行仿真实验。由于最终的多智能体实物小车 Turtlebot3

是一款基于 ROS 操作系统进行控制的小车，使用 ROS 操作系统上的 GAZEBO 仿真平台能够最大程度降低仿真实物的差异性，同时提高了代码的复用性。下面将详细介绍两个多智能体系统的仿真平台的细节。

根据仿真的需求，针对 `mobile-robotics-simulation-toolbox` 工具箱的底层代码进行了部分修改。修改后的仿真工具箱按照功能可分为，编队定义可视化、离线控制率计算、编队仿真和编队数据记录 4 个模块。如图 3.1(a)所示，用户首先可在二维的俯视窗口，通过鼠标点击，对实际的期望编队智能体位置进行确定。其次，通过使用基于 MATLAB 的 CVX 解算器，计算出离线的控制指令。再次，通过两轮差分机器人的模型，仿真出机器人的实时位置和朝向，并进行可视化。同时通过编写其余可视化程序，可以显示出实时的执行时间、智能体间的连通、感知关系，智能体获得的控制指令等关键的仿真信息。最后通过数据记录模块将所有可利用数据进行保存。

GAZEBO 仿真平台是一款基于 ROS 机器人操作系统的实时仿真系统。GAZEBO 为开发者提供了完整的开发库和工具箱，能够做到高保真、实时的物理环境模拟。使用 GAZEBO 对多智能体系统控制进行仿真，能够为我们提供更加贴近真实世界的仿真效果与仿真数据。同时，为了方便编队控制的仿真和开发，基于 RVIZ，设计和开发了编队可视化模块，该模块在实物实验中同样适用。如图 3.1 (b) 中所示为编队控制仿真平台的六智能体仿真画面。

3.2 实物平台设计与搭建

整套实物实验平台设计示意图如下图 3.2 所示。平台主要由智能体个体和动作捕捉系统所组成。

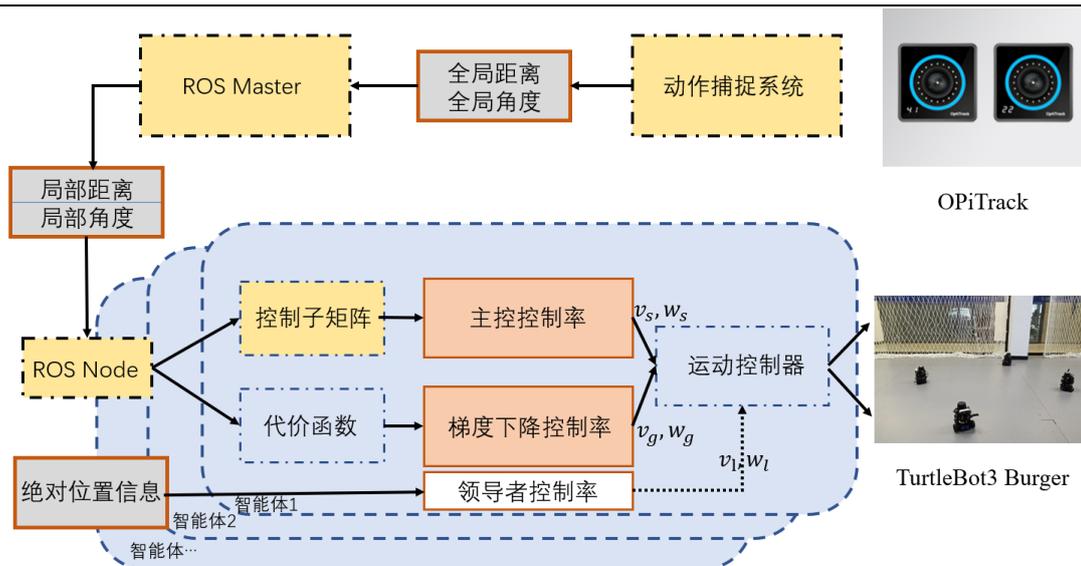


图 3.2 实物实验平台的控制与感知示意图

本文主要使用 TurtleBot3 Burger 和无人机作为智能体个体。如图 3.3 所示，TurtleBot3 Burger 是一款基于 ROS 机器人操作平台的双轮差速机器人。这一款开源的机器人具有体型小巧，价格合理等特点，使其能够快速完成实验部署。TurtleBot3 Burger 同时拥有多种传感器，包括里程计、360 度激光雷达、深度摄像机等。其中该机器人较为重要的物理参数如表 3.1 中所示。

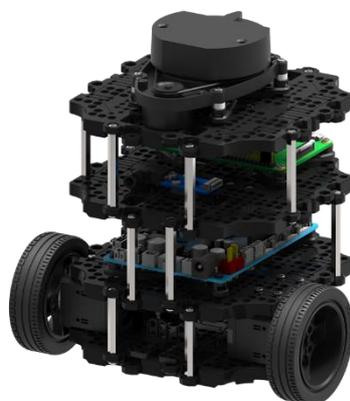


图 3.3 TurtleBot3 Burger 机器人

表 3.1 TurtleBot3 Burger 的重要物理参数

最大线速度	最大角速度	尺寸	重量	俯视半径
0.22 m/s	2.84rad/s	138mm 178mm 192mm	1kg	105mm

为了方便实验的进行，使用了动作捕捉系统 OPiTrack 来代替机器人获取传感信息。OPiTrack 动作捕捉系统是一套实现标记的高精度三位重建的光学系

统，其主要部件包括智能摄像头。整套系统内置了高精度标记点处理算法，单个标记点的六自由度数据将会被准确的计算。通过使用动作捕捉系统获取智能体的位置信息，可以极大的降低实验难度，将实验的重点放在控制算法的验证上面。

整个系统的传感信息交互与控制指令的发送都将依托于 ROS 操作系统进行。在 PC 上开启 ROS MASTER 节点，作为信息传递和交互的中心节点。该节点首先接收来自动作捕捉系统的传感信息，并根据算法设定的分布式控制问题设定，将全局信息解算成为各个智能体的局部传感信息，并各个智能体个体的 ROS 节点发送局部传感信息。各个智能体个体再通过接收到的局部传感信息自行解算控制率。

3.3 实验验证与结果分析

本节将对 2.4 节提出的控制算法分别在仿真平台和实物平台上进行验证与分析。我们首先在基于 ROS 的 GAZEBO 平台上对设计的算法进行了仿真验证，分析了期望编队的形成、期望编队的操控以及期望编队的跟随效果。其次，我们将该算法在基于动作捕捉系统的实物平台上进行了验证和测试。最后我们对该算法的算法极限进行了讨论和分析。

3.3.1 控制算法的仿真验证

(1) 直线起始位置的编队形成

在大多数应用场景下，智能体被放置的初始位置大多集中且分布随机。首先对所有智能体起始位置在一条直线上的情况进行仿真实验。如图 3.4 所示，由 6 个智能小车组成的智能体系统初始位置保持为一条直线。期望编队则为一以原点为编队中心的半径为 1m 的正六边形。

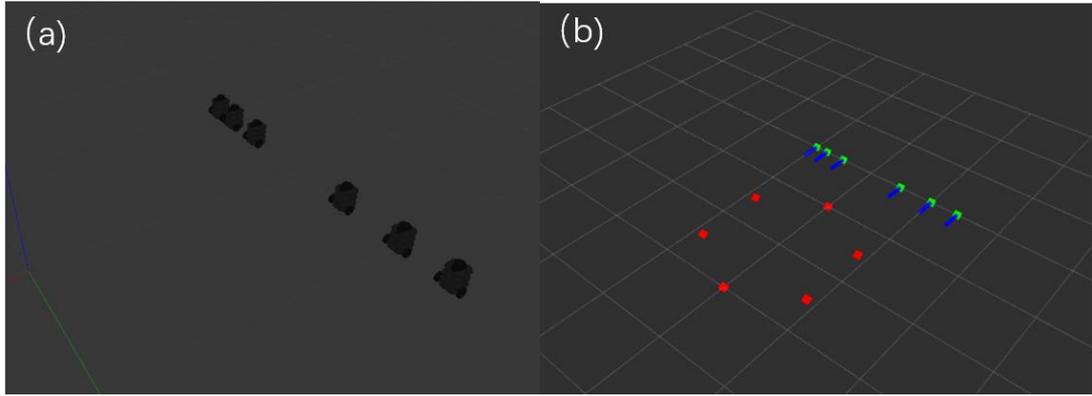


图 3.4 (a) GAZEBO 中六智能体编队的初始位置 (b) RVIZ 中六智能体编队的位置、姿态以及期望编队的位置。其中绿色方块和深蓝色直线代表智能体的实际位置，和头部朝向，而红色方块则为期望编队中各个智能体的位置。

我们对期望编队 $F^* := \langle q^*, G \rangle$ 做出如下定义：

定义一个半径为 1 的正六边形编队，则其编队期望向量可以写为：

$$q^* = [1, 0, 0.5, \sqrt{3}/2, -0.5, -\sqrt{3}/2, -1, 0, -0.5, \sqrt{3}/2, 0.5, -\sqrt{3}/2]^T. \quad (3-1)$$

同时，定义一个满足结论 3 的编队连通图 G 。我们选择了就近连接的策略，这样将会更加接近实际应用中智能体仅具有局部感知能力的情况。该连通图 G 的示意图如图所示，连通图矩阵如公式 (3-2) 所示：

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3-2)$$

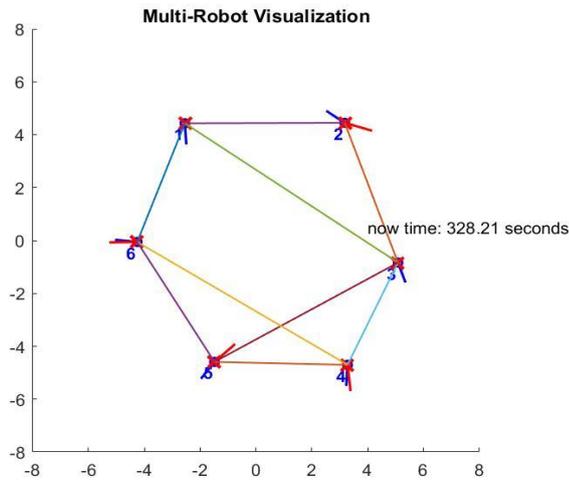


图 3.5 智能体连通示意图。图中连接各个智能体的直线表示两智能体之间存在感知回

路，两智能体可以进行相互感知。

在得到了编队定义的数学描述 $F^* := \langle \mathbf{q}^*, \mathbf{G} \rangle$ 后，我们根据 2.4 节给出的主控矩阵计算方式，离线计算出所需的主控矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{2N \times 2N}$ 。如下所示，当期望编队的编队特征向量如 \mathbf{q}^* 所示，编队智能体之间的连通关系如图 \mathbf{G} 所示时，利用 2.4.2 节给出的凸优化方式对矩阵 \mathbf{A} 进行计算。根据公式 (2-25) 和 (2-26)，使用凸优化方法对矩阵 \mathbf{A} 进行计算。最终得到结果：

$$\lambda_{\min}(\text{Optimal Value}) = 6.3$$

得到的矩阵 \mathbf{A} 的 12 个特征值如表 3.1 所示。可以看出优化后的矩阵 \mathbf{A} 的特征值都为正值，其最小的正特征值为 6.3。其中的四个零特征值对应的特征空间为其核空间，也同时为期望编队的相似编队对应的特征向量所组成的线性空间。

矩阵中为 0 的部分则表示对应的两个智能体之间不能进行相互感知。

表 3.1 主控矩阵 \mathbf{A} 的 12 个特征值

0	6.3	461.5
0	6.3	461.5
0	98.2	1000
0	98.2	1000

优化后得到的矩阵 \mathbf{A} 如表格 3.2 所示。从表中可以看出，未建立连接关系的智能体对应的矩阵块为 0 元素，这使得整个矩阵表现为稀疏矩阵。

表 3.2 主控矩阵 \mathbf{A}

242.6	0	-173	-100	-52	90.12	0	0	0	0	-17.2	9.942
0	242.6	100.1	-173	-90.1	-52	0	0	0	0	-9.94	-17.2
-173	100.1	173.3	0	-0	-100	0	0	0	0	0	0
-100	-173	0	173.3	100.1	-0	0	0	0	0	0	0
-52	-90.1	-0	100.1	152.7	0	-160	92.13	58.93	-102	0	0
90.12	-52	-100	-0	0	152.7	-92.1	-160	102.1	58.93	0	0
0	0	0	0	-160	-92.1	599.4	0	-370	213.5	-70.1	-121
0	0	0	0	92.13	-160	0	599.4	-213	-370	121.4	-70.1
0	0	0	0	58.93	102.1	-370	-213	310.8	0	-0	111.4
0	0	0	0	-102	58.93	213.5	-370	0	310.8	-111	-0
-17.2	-9.94	0	0	0	0	-70.1	121.4	-0	-111	87.29	0
9.942	-17.2	0	0	0	0	-121	-70.1	111.4	-0	0	87.29

形成编队后智能体位置示意图如图 3.6 所示，而对应的智能体位置数据如图 3.7 所示。

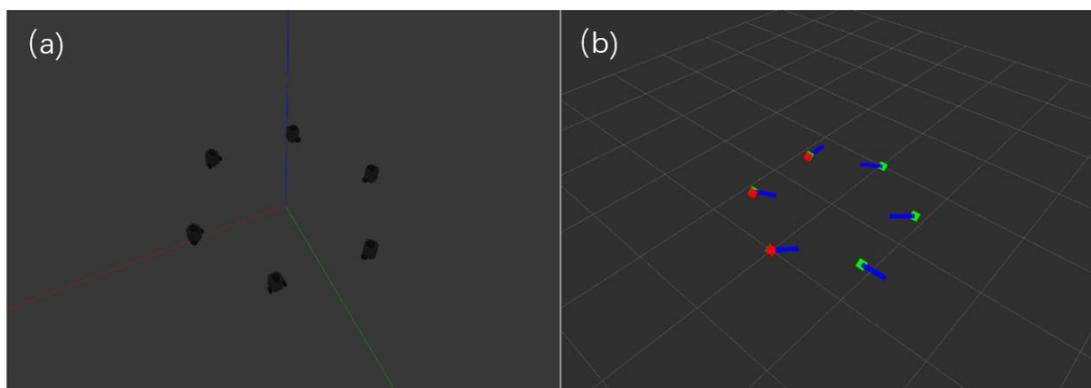


图 3.6 (a)GAZEBO 中形成编队后的智能体位置示意图 (b) RVIZ 中形成编队后的智能体位置示意图。可以看到红色方块与绿色方块重合。这表明了智能体编队的形成。

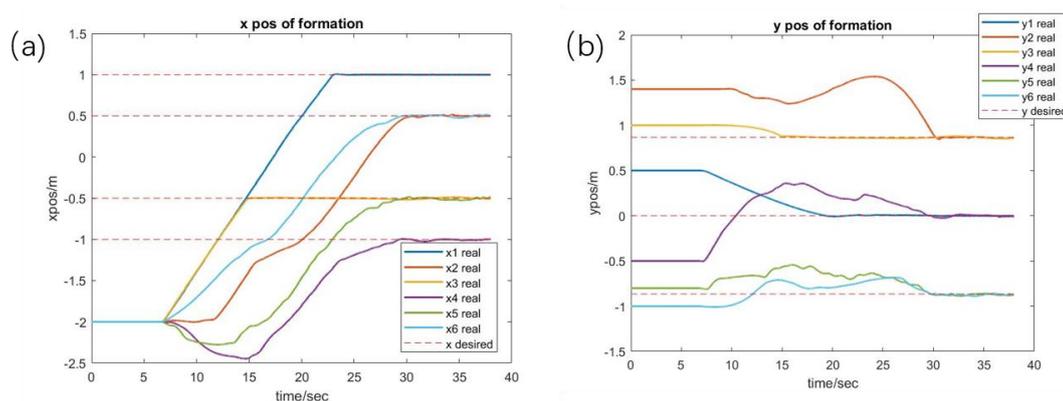


图 3.7 (a) 编队各个智能体的在 x 轴上的实际位置和期望位置。实线代表实际位置，而虚线代表期望位置。(b) 编队各个智能体的在 y 轴上的实际位置和期望位置。实线代表实际位置，而虚线代表期望位置。

从图 3.7 中可以看出，整个编队具有很好的收敛效果和收敛速度。最终各个编队智能体个体的坐标都收敛于期望位置上。本此实验中选取智能体 1 号和智能体 3 号为整个编队的领导者。因此从图 3.7 中可以看出 1 号和 3 号智能体率先达到平衡位置。根据图 3.7 (b) 可以看出，智能体选择了距离自己最近的期望编队位置作为运动目标，这样能够提高编队的形成效率。整个编队形成过程中，智能体可以做到无碰、迅速地达到期望的位置。

对于一些基于距离约束的编队控制算法，形如直线的初始位置将会带来收敛速度缓慢、编队陷入局部极小值点等问题，而本文中设计的控制算法并不存在类似的问题。

(2) 随机起始位置的编队形成

不失一般性，我们接下来对随机起始位置的编队形成进行仿真实验和分析，其中比较有代表性的两组实验及实验数据如下所示。

随机起始位置的实验 1 如图 3.8 所示。智能体的起始位置随机，编队依然能够迅速准确的形成。所有智能体的最终位置都收敛于期望的位置。

随机起始位置的实验 2 如图 3.9,图 3.10 所示。智能体起始位置随机且相距较远。编队依然能够迅速准确的形成。同时，从图 3.10 中可以看出智能体 2 在 20s 左右，智能体 2 与智能体 3 距离较近，导致代价函数值上升，梯度下降控制率让智能体 2 完成了碰撞规避。由图 3.10 所示的智能体 2 的代价函数可知，该避碰行为由控制率中的梯度下降控制部分完成。

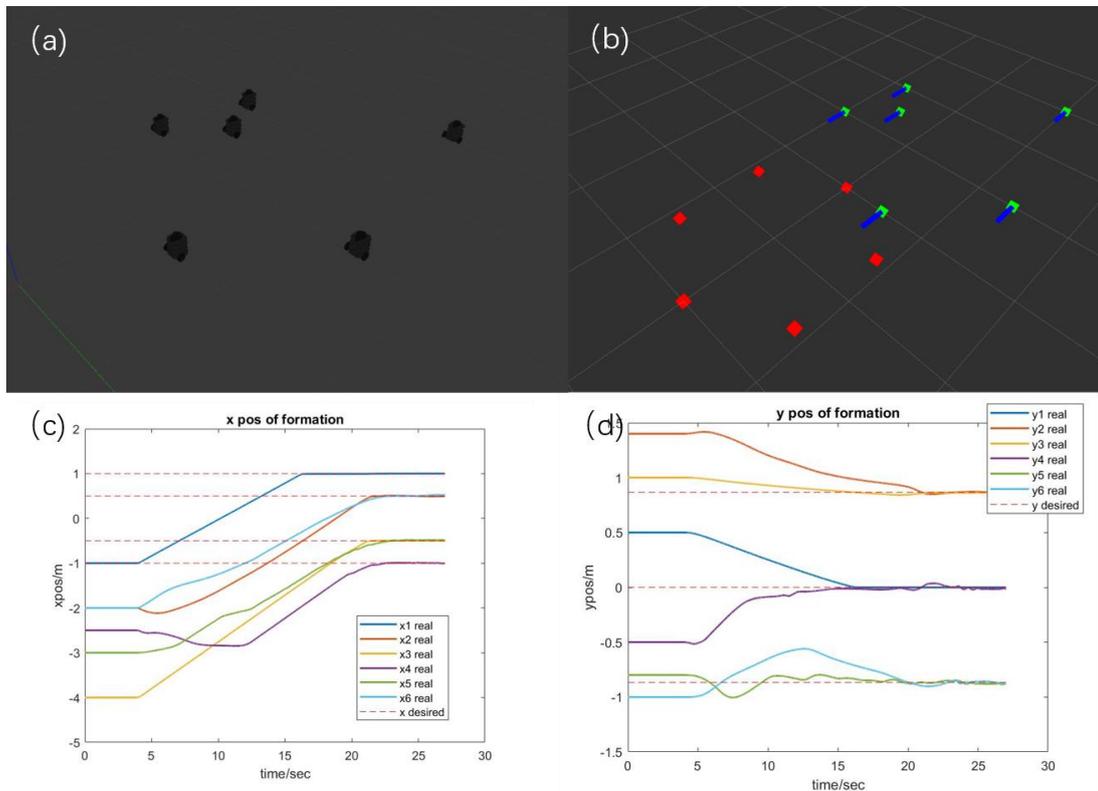


图 3.8 (a) GAZEBO 中六智能体编队的初始位置 (b) RVIZ 中六智能体编队的位置、姿态以及期望编队的位置。其中绿色方块和深蓝色直线代表智能体的实际位置，和头部

朝向，而红色方块则为期望编队中各个智能体的位置。（c）编队各个智能体的在 x 轴上的实际位置和期望位置。实线代表实际位置，而虚线代表期望位置。（d）编队各个智能体的在 y 轴上的实际位置和期望位置。实线代表实际位置，而虚线代表期望位置。

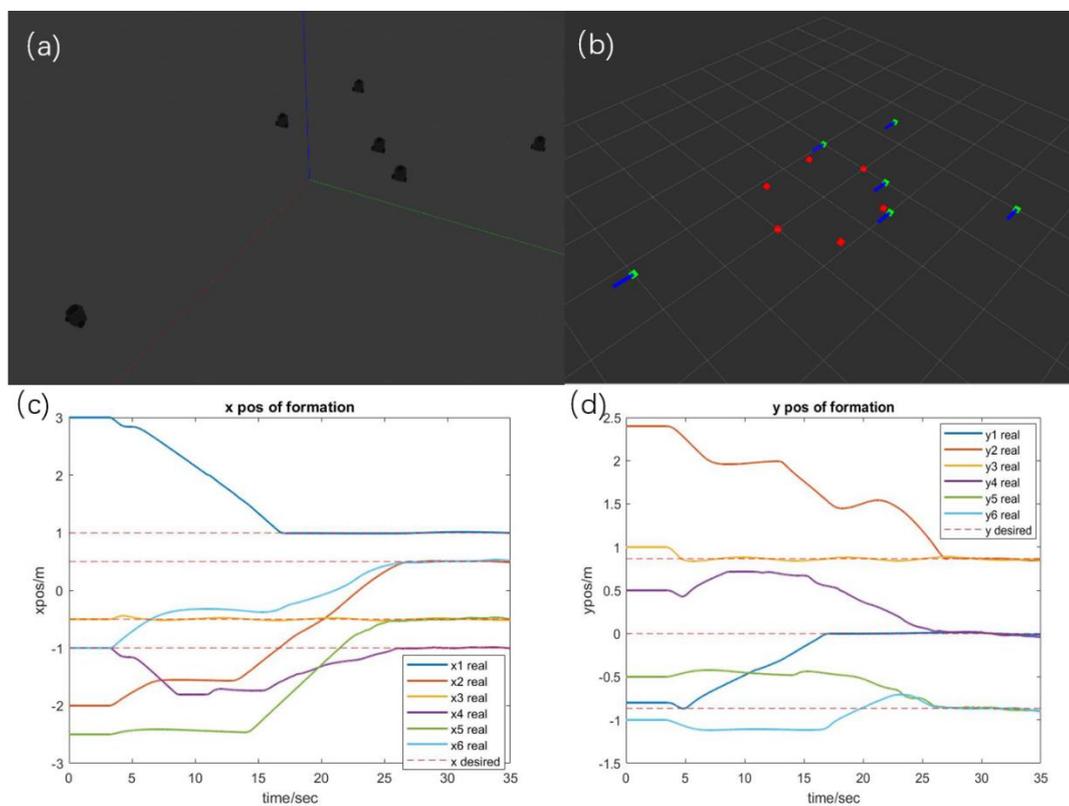


图 3.9 (a) GAZEBO 中六智能体编队的初始位置 (b) RVIZ 中六智能体编队的位置、姿态以及期望编队的位置。其中绿色方块和深蓝色直线代表智能体的实际位置，和头部朝向，而红色方块则为期望编队中各个智能体的位置。（c）编队各个智能体的在 x 轴上的实际位置和期望位置。实线代表实际位置，而虚线代表期望位置。（d）编队各个智能体的在 y 轴上的实际位置和期望位置。实线代表实际位置，而虚线代表期望位置。

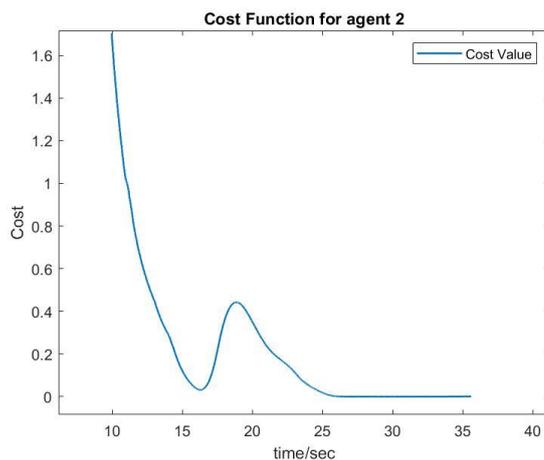


图 3.10 智能体 2 的代价函数曲线。

(3) 编队操控

本节对编队的中心移动时的控制效果进行了仿真和分析。整个编队通过控制领导者的绝对位置来控制整个编队的中心位置。实验中我们使用键盘输入对编队中心位置产生一个阶跃的变化，最终的实验效果如下图所示。从图中可以看出该控制算法对于阶跃式的输入仍有较好的收敛速度和效果。从图中可以看出，除编队领导者智能体 1 和智能体 3 外的智能体相较于两个领导者，对期望位置的跟随效果相对较差，这是由分布式算法的固有特点而导致的。跟随者智能体并不能获取与编队绝对位置有关的任何信息。图 3.11 (a) (b) 中在 72s 和 88s 时对编队中心给出一个 y 轴上的阶跃输入。图 3.11 (c) (d) 中编队中心进行连续的阶跃改变。

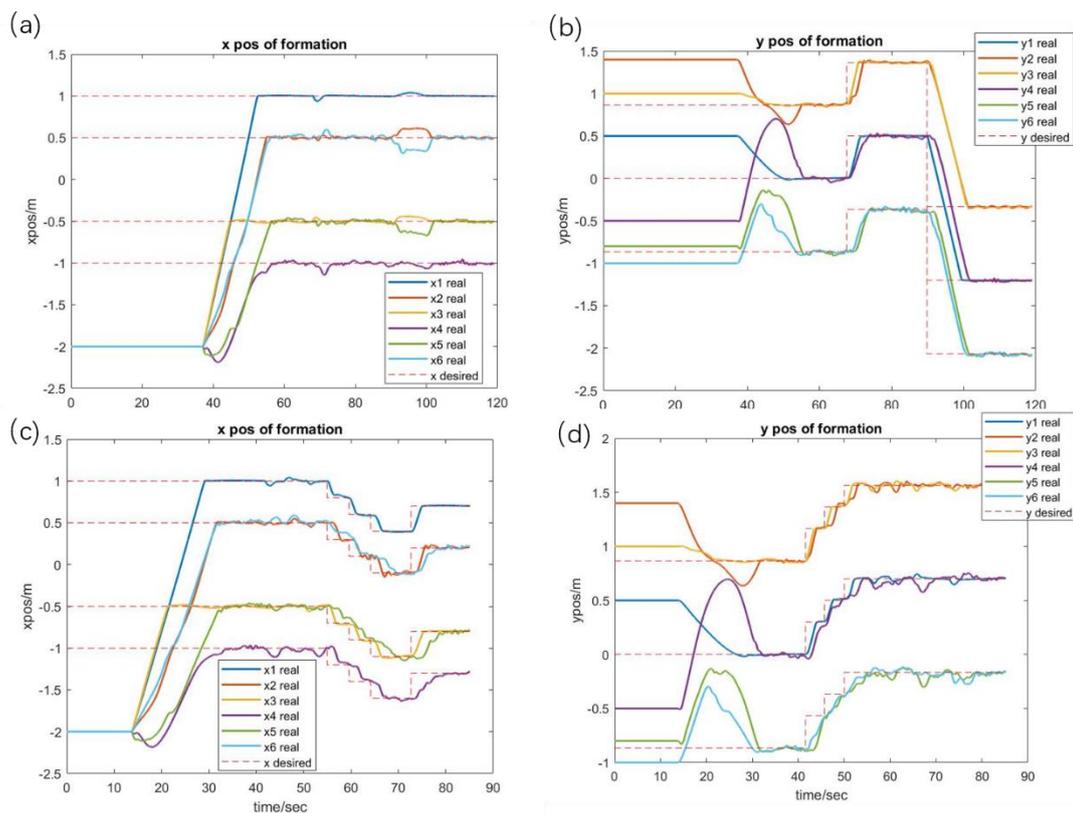


图 3.11 (a) 编队中心位置阶跃改变时, 编队智能体的 x 坐标。(b) 编队中心位置阶跃改变时, 编队智能体的 y 坐标。(c) 编队中心位置连续阶跃改变时, 编队智能体的 x 坐标。(d) 编队中心位置连续阶跃改变时, 编队智能体的 y 坐标。

(4) 编队跟随

我们之后针对编队尺寸和编队朝向的控制效果进行了仿真。根据 2.4 节中设计的控制率可知, 有关编队尺寸和编队朝向的信息可以由编队领导者来控制 and 确定。编队智能体的 x 坐标 48s 后编队朝向开始顺时针方向旋转。同时在 77s 与 110s 时, 编队半径分别从 1m 变为 1.2m, 从 1.2m 变为 0.9m。

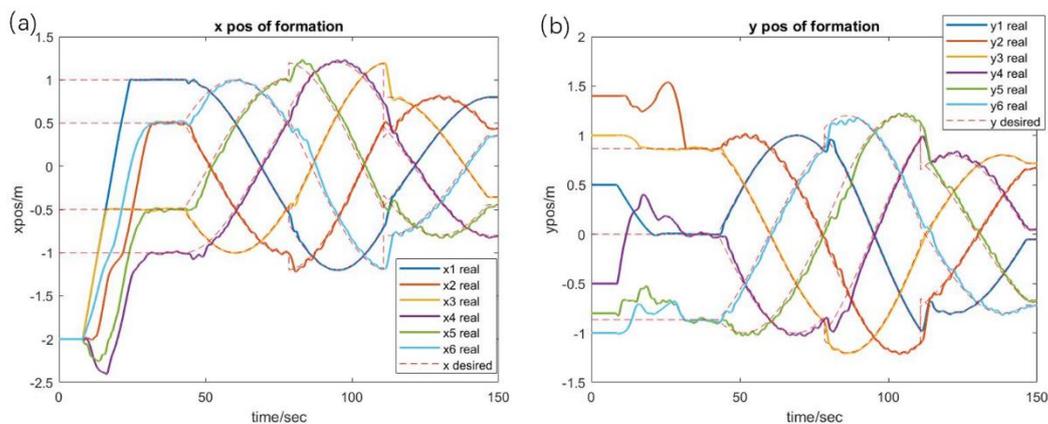


图 3.12 (a) 编队朝向与编队半径改变时, 编队智能体的 x 坐标 48s 后编队朝向开始顺

顺时针方向旋转。同时在 77s 与 110s 时，编队半径分别从 1m 变为 1.2m,从 1.2m 变为 0.9m (b) 编队朝向与编队半径改变时，编队智能体的 y 坐标。

3.3.2 控制算法的实物验证

(1) 直线起始位置的编队形成

如图 3.13 所示，首先使用 4 个智能小车做直线起始位置的编队形成过程实验。由于实物机器人的角速度因实际约束往往不能过大，在实验中设置最大转动角速度为 0.4rad/s。这在一定程度上限制了智能体的目标跟随能力，因此跟随效果与仿真中有差异。

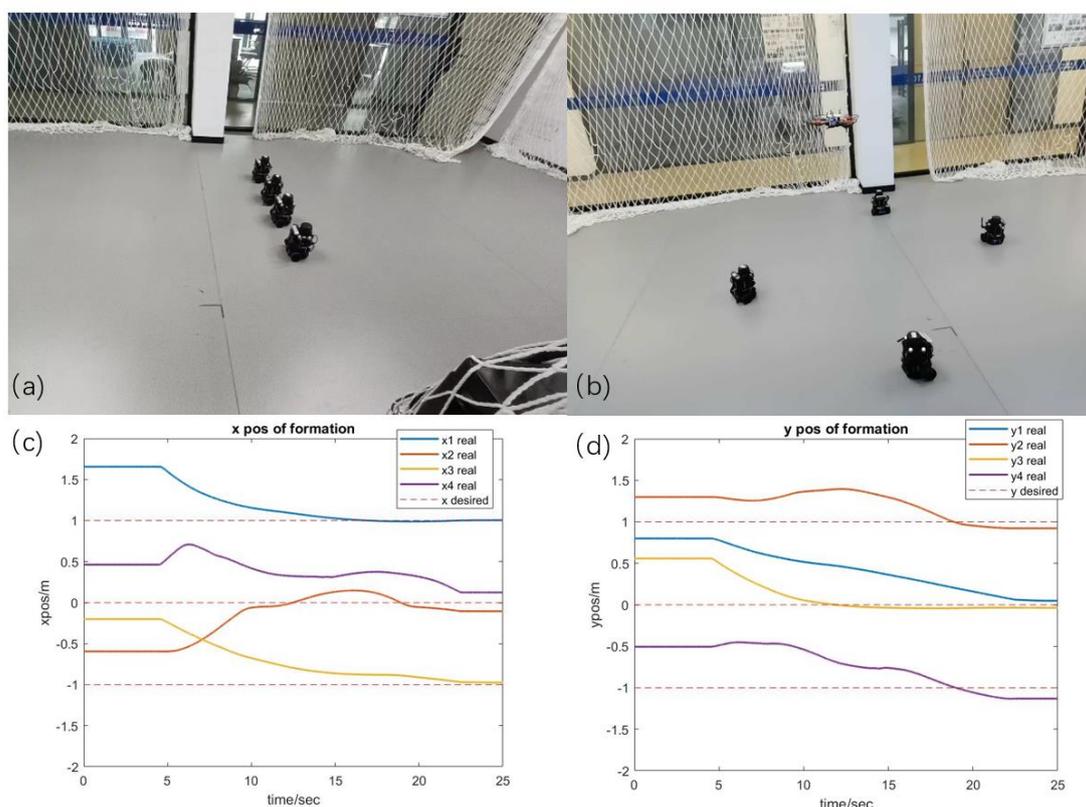


图 3.13 (a) 智能体小车起始位置和姿态 (b) 智能体小车形成编队后的位置与姿态
 (c) 编队中四个智能体的 x 坐标 (d) 编队中四个智能体的 y 坐标

(2) 编队操控

对编队形成后，期望编队姿态旋转的情况进行了实物实验。实验结果示意图及实验数据如图 3.14 所示。

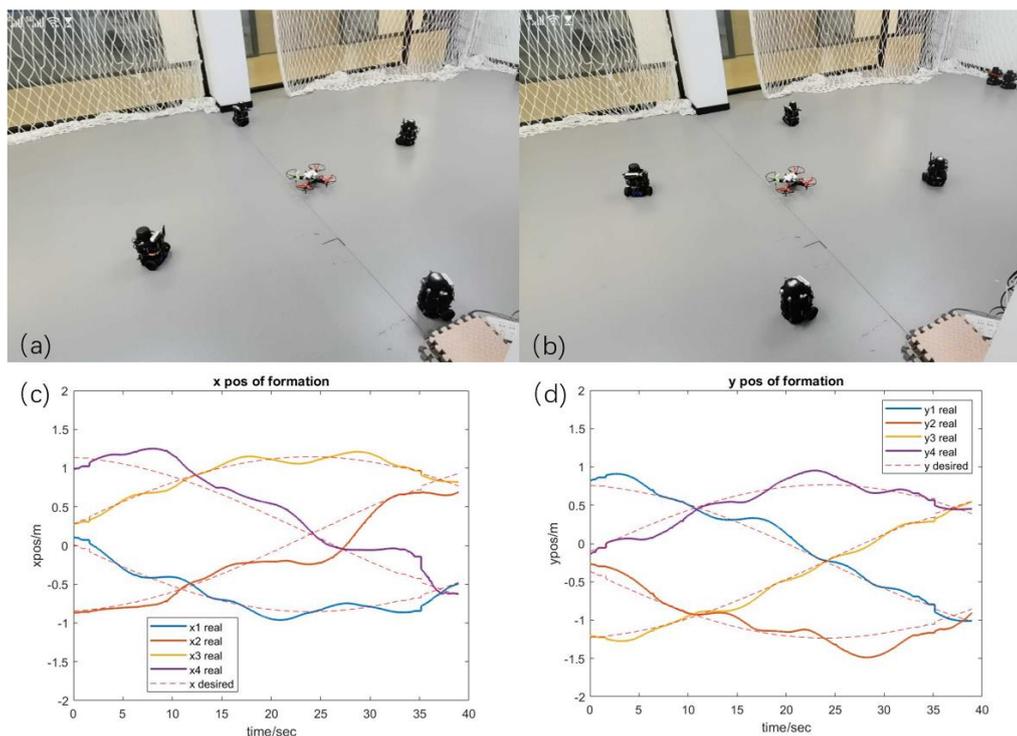


图 3.14 (a) 编队形状、尺寸与编队中心位置不变。编队朝向改变时，智能体小车的位置 1 (b) 编队形状、尺寸与编队中心位置不变。编队朝向改变时，智能体小车的位置 2
(c) 编队中四个智能体的 x 坐标 (d) 编队中四个智能体的 y 坐标

(3) 无人机领导的编队跟随

使用无人机作为整个编队的领导者。无人机机身中心位置将作为整个编队的中心，来测试编队的跟随效果。实验结果及实验数据如图 3.15 和图 3.16 所示：

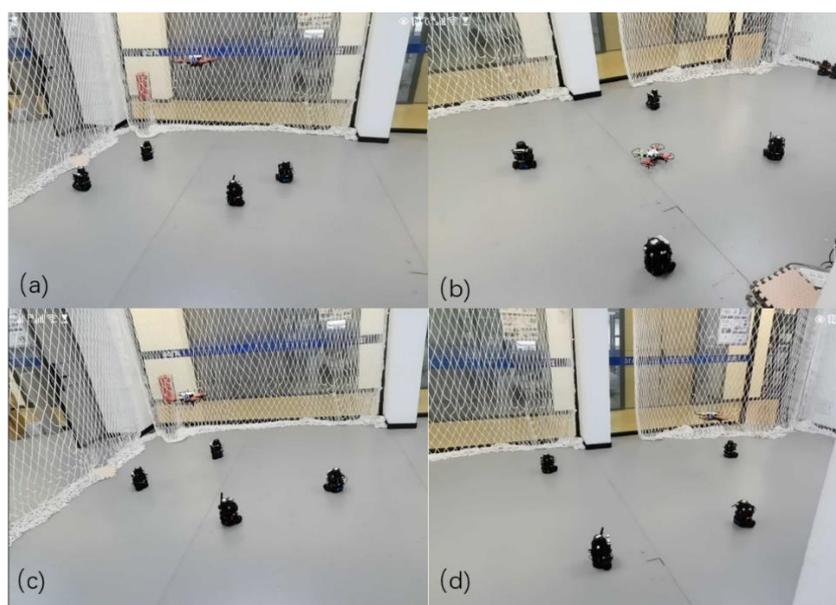


图 3.15 (a) (b) (c) (d) 分别为无人机领导的编队跟随实验的跟随图。

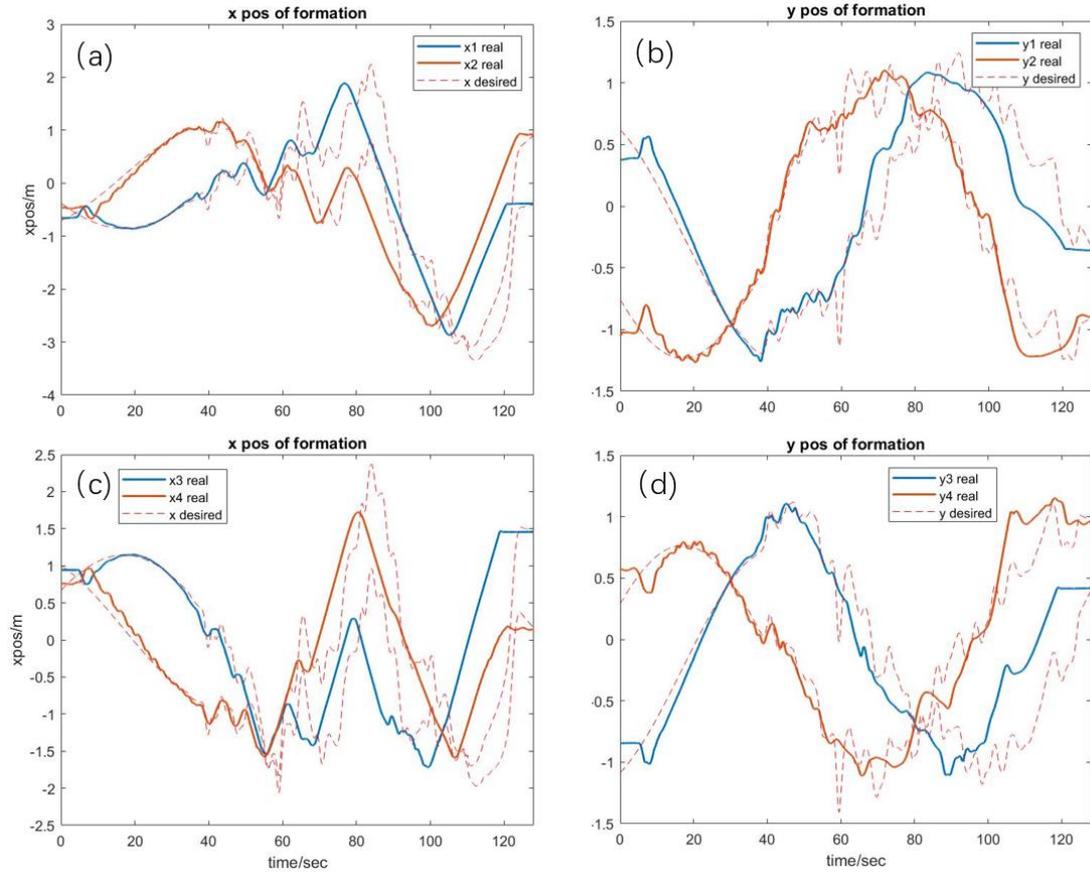


图 3.16 (a) 智能体 1 和智能体 2 的 x 坐标随时间的变化。(b) 智能体 1 和智能体 2 的 y 坐标随时间的变化。(c) 智能体 3 和智能体 4 的 x 坐标随时间的变化。(d) 智能体 3 和智能体 4 的 y 坐标随时间的变化。

3.3.3 控制算法的扩展和极限

本节分别对该控制算法在 (1) 智能体数量较多 ($N \geq 10$) (2) 智能体感知关系动态变化的条件下, 对该算法是否依然有效进行了尝试与分析。

首先讨论智能体数目较多的情况。表 3.3 中列出了针对不同数量的智能体组成的编队, 主控矩阵 A 在使用基于 MATLAB 的 CVX (凸优化求解器) 的离线求解时间。图 3.17 则根据数据绘制了相应时间曲线, 可以看到求解时长呈现指数级增长的趋势。随着智能体数量的增大, 离线矩阵的计算耗时逐渐增长。对于 30 个以上的智能体组成的系统, 求解控制 A 变得相当困难。在未来的工作中, 可以对凸优化的数值求解过程进行更改和优化, 以获得更迅速的求解过程。

但尽管如此, 该部分的计算是在离线条件下进行, 因此较长的求解时间并

不会影响算法的实时求解速率。

表 3.3 主控矩阵 A 在不同智能体数量下的求解时间

智能体数量	4	6	10	15	16	18	19	25	30
求解时间/s	1.363	1.813	3.197	12.35	17.83	31.79	42.95	200.5	Failed

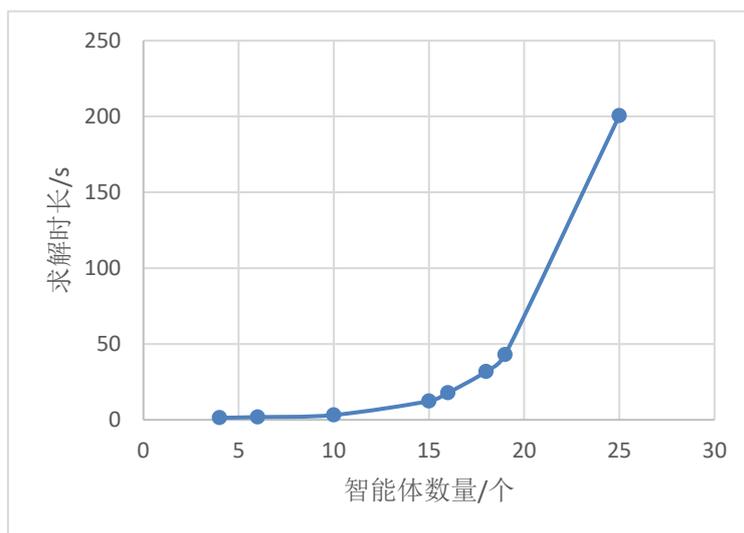


图 3.17 主控矩阵 A 在不同智能体数量下的求解时间曲线

其次，我们对智能体感知关系随时间变化的情况进行讨论。根据本文的算法假设，智能体个体仅与特定智能体之间形成固定的、不随时间变化的相互感知关系。而在大多数应用场景当中，智能体通常拥有动态的感知关系。大多数情况下，智能体仅能感知到一定距离范围内的其余智能体位置信息。该部分则尝试在动态的智能体感知关系下，对编队控制算法进行分析。

在动态的智能体感知关系的条件下，编队定义 $F^* := \langle q^*, G \rangle$ 中 G 将成为时变的、甚至是非对称的，这使得原有的主控矩阵 A 的求解方式失效。本节尝试在智能体编队中，选取一个智能体 k ，对其做出动态感知关系的假设，而其余智能体继续保持固定的感知关系。我们使用穷举的方案来解决动态性的问题。

如表 3.4 所示，在离线计算部分，我们将智能体 k 所有可能出现的连通关系（保证智能体能够至少感知到 2 个其余智能体）进行穷举，并利用凸优化计算出每种连通关系下对应的控制矩阵。在编队形成过程中，智能体 k 根据距离自己最近的 2 到 3 个智能体，切换不同的控制矩阵进行控制。下表列出了当 $N = 5, k = 2$ 时，不同智能体 2 不同连接关系下计算出的总控制矩阵。可以看出，由于智能体 2 的动态感知关系，总控制矩阵并非对称矩阵，但依然满足 $Aq^* = 0$ 的约束。

表 3.4 智能体 2 在不同感知条件下对应的控制矩阵

连接关系	智能体 2 对应的控制矩阵											
[1,3]	-176	101.3	179.1	0	-3.41	-101	0	0	0	0	0	0
	-101	-176	0	179.1	101.3	-3.41	0	0	0	0	0	0
[1,4]	-322	178.7	429.1	0	0	0	-107	-179	0	0	0	0
	-179	-322	0	429.1	0	0	178.7	-107	0	0	0	0
[1,5]	-254	141.1	498.7	0	0	0	0	0	-245	-141	0	0
	-141	-254	0	498.7	0	0	0	0	141.1	-245	0	0
[1,6]	-158	94.94	107.6	0	0	0	0	0	0	0	50.59	-94.9417
	-94.9	-158	0	107.6	0	0	0	0	0	0	94.94	50.59254
[3,4]	0	0	20.63	0	-1.23	36.4	-19.4	-36.4	0	0	0	0
	0	0	0	20.63	-36.4	-1.23	36.4	-19.4	0	0	0	0
[3,5]	0	0	68.91	0	0	41.36	0	0	-68.9	-41.4	0	0
	0	0	0	68.91	-41.4	0	0	0	41.36	-68.9	0	0
[3,6]	0	0	6.601	0	0	-11	0	0	0	0	-6.6	10.99709
	0	0	0	6.601	11	0	0	0	0	0	-11	-6.60089
[4,5]	0	0	22.89	0	0	0	12.12	20.2	-35	-20.2	0	0
	0	0	0	22.89	0	0	-20.2	12.12	20.2	-35	0	0
[4,6]	0	0	31.65	0	0	0	-14.9	-26.9	0	0	-16.7	26.871
	0	0	0	31.65	0	0	26.87	-14.9	0	0	-26.9	-16.7324
[5,6]	0	0	78.02	0	0	0	0	0	-57.4	-34.4	-20.7	34.42778
	0	0	0	78.02	0	0	0	0	34.43	-57.4	-34.4	-20.6649

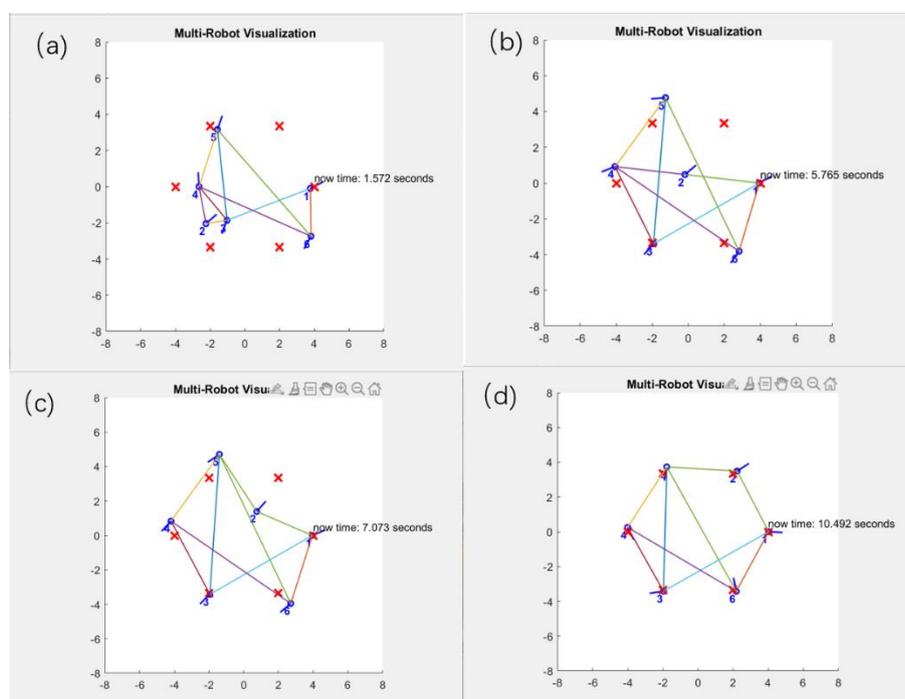


图 3-18 智能体 2 在动态感知下的编队形成过程。

如图 3.18 所示，在图 (a) 中，智能体 2 建立与智能体 3 和智能体 4 之间的感知关系。在图 (b) 中，智能体 2 建立与智能体 1 和智能体 4 之间的感知关系。在图 (c) 中，智能体 2 建立于智能体 1 和智能体 5 的感知关系。图 (d) 表明了编队最终的收敛情况。可以看出，在单个智能体控制率切换的情况下，编队仍然可以成功形成。但在动态感知关系下，该算法是否仍然可靠和具有收敛性仍有待进一步的讨论。由于动态感知关系下的编队形成并不是本文的重点，这里将其作为 2.4 节中设计的控制算法的延申讨论。

4 结论

4.1 论文工作总结

本文主要完成了以下工作：

1. 研究了针对非完整约束智能体组成的异构智能体的编队形成算法。针对编队形成问题，在智能体仅具有局部感知能力的前提假设下，利用一种基于拉普拉斯矩阵的控制算法和基于代价函数的梯度下降算法的结合，使系统能够无碰、快速的形成期望编队。文中改进了基于拉普拉斯矩阵的控制算法，将控制率求解问题转化为凸优化问题，简化了控制率的计算过程。同时，文中利用基于代价函数的梯度下降算法，实现了智能体间的高效避碰。同时，文中对该控制算法的核心理论进行了系统描述和证明，并给出了控制算法稳定性的证明。

2. 研究了异构智能体编队操控和跟随算法。在完成编队形成的任务后，对编队尺寸变换、编队整体姿态变换、编队中心位置变换以及编队中心位置跟随问题进行了算法设计和研究。通过引入领导者-跟随者控制方法，在编队中选取两个智能体作为整个编队的领导者。通过控制领导者的位置来完成整体编队的操控和对目标的跟随。

3. 搭建了仿真与实物平台，并在平台进行了控制算法的验证与分析。本文基于 MATLAB 与 GAZEBO 平台，搭建了适用于多智能体物理仿真的软件平台。并在 TurtleBot3 机器人上部署了实验平台。针对本文提出的异构多智能体分布式控制算法进行了仿真和实物的验证。

4.2 论文研究展望

本文对异构智能体的编队形成和编队操控问题进行了研究，并获得了一定的研究成果。但分布式的编队控制问题仍然是一个难度较高的控制问题。对该问题的进一步研究可以从以下几点出发：

1. 针对分布式的编队控制条件，多数研究当中给出假设为智能体仅能获取在自身坐标系下几个特定的其余智能体的位置和角度信息。但在实际应用中，智能体对环境的感知往往受到感知范围的限定，并非与几个其余智能体形成一成不变的感知和连通关系。因此，在控制算法的设计中还需考虑被感知智能体的切换

问题。学界一些学者已经致力于这种动态感知关系下的编队形成研究，但其研究空间和研究价值仍然不可小觑。

2. 在许多智能体协作算法的讨论中，算法复杂度和计算时间随着智能体数量的增大而很可能呈现指数级的增长。在多数的研究内容当中，所设计的控制算法在智能体数目极大时，由于控制算法复杂度和计算时间的爆炸性增长使得控制任务不可能完成。因此，对于控制算法在大数量智能体群体的应用仍有待进一步研究。

参考文献

- [1] Dorri A, Kanhere S S, Jurdak R. Multi-agent systems: A survey[J]. *Ieee Access*, 2018, 6: 28573-28593.
- [2] Sun K, Yu H, Xia X. Distributed control of nonlinear stochastic multi-agent systems with external disturbance and time-delay via event-triggered strategy[J]. *Neurocomputing*, 2021, 452: 275-283.
- [3] Cai Y, Yang S X, Xu X. A combined hierarchical reinforcement learning based approach for multi-robot cooperative target searching in complex unknown environments[C]. 2013 IEEE symposium on adaptive dynamic programming and reinforcement learning (ADPRL), 2013: 52-59.
- [4] Guérin F, Guinand F, Brethé J F, et al. UAV-UGV cooperation for objects transportation in an industrial area[C]. 2015 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT), 2015: 547-552.
- [5] Ghamry K A, Kamel M A, Zhang Y. Cooperative forest monitoring and fire detection using a team of UAVs-UGVs[C]. 2016 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2016: 1206-1211.
- [6] Grocholsky B, Keller J, Kumar V, et al. Cooperative air and ground surveillance[J]. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 2006, 13(3): 16-25.
- [7] Ouyang M, Shi X, Wang Y, et al. A Collaborative Visual SLAM Framework for Service Robots[C]. 2021 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2021: 8679-8685.
- [8] Li Q, Wei J, Gou Q, et al. Distributed adaptive fixed-time formation control for second-order multi-agent systems with collision avoidance[J]. *Information Sciences*, 2021, 564: 27-44.
- [9] Boeda G. Multi-agent cooperation in games with goal oriented action planner: use case in WONDER prototype project[C]. *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence and Interactive Digital Entertainment*, 2021, 17(1): 204-207.
- [10] Sun Z, Mou S, Anderson B D O, et al. Exponential stability for formation control systems with generalized controllers: A unified approach[J]. *Systems & Control Letters*, 2016, 93: 50-57.
- [11] Chen L. Angle Rigidity Graph Theory and Multi-agent Formations[D]. University of Groningen, 2021.
- [12] Anderson B D O, Lin Z, Deghat M. Combining distance-based formation shape control with formation translation[J]. *Developments in Control Theory Towards Glocal Control*, 2012, 1: 121-130.
- [13] Lan J, Liu Y J, Yu D, et al. Time-Varying Optimal Formation Control for Second-Order Multiagent Systems Based on Neural Network Observer and Reinforcement Learning[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2022.
- [14] Fathian K, Rachinskii D I, Summers T H, et al. Distributed formation control under arbitrarily changing topology[C]. 2017 American Control Conference (ACC), 2017: 271-278.
- [15] Wang P, Ding B. Distributed RHC for tracking and formation of nonholonomic multi-vehicle systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, 59(6): 1439-1453.
- [16] Oh K K, Park M C, Ahn H S. A survey of multi-agent formation control[J]. *Automatica*, 2015, 53: 424-440.
- [17] Ren W, Atkins E. Distributed multi - vehicle coordinated control via local information

- exchange[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC - Affiliated Journal*, 2007, 17(10 - 11): 1002-1033.
- [18] Lewis M A, Tan K H. High precision formation control of mobile robots using virtual structures[J]. *Autonomous robots*, 1997, 4(4): 387-403.
- [19] Ren W, Beard R W. Formation feedback control for multiple spacecraft via virtual structures[J]. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 2004, 151(3): 357-368.
- [20] Coogan S, Arcak M, Egerstedt M. Scaling the size of a multiagent formation via distributed feedback[C]. *2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, 2011: 994-999.
- [21] Coogan S, Arcak M. Scaling the size of a formation using relative position feedback[J]. *Automatica*, 2012, 48(10): 2677-2685.
- [22] Krick L, Broucke M E, Francis B A. Stabilisation of infinitesimally rigid formations of multi-robot networks[J]. *International Journal of control*, 2009, 82(3): 423-439.
- [23] Summers T H, Yu C, Dasgupta S, et al. Control of minimally persistent leader-remote-follower and coleader formations in the plane[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(12): 2778-2792
- [24] 李科宇,杨尚志,张刚,陈跃华,苏雪华.基于改进人工势场法的多智能体编队避障[J/OL]. (2022-04-07/2022-05-14). DOI:10.14107/j.cnki.kzgc.20210736.
- [25] 曲成刚,曹喜滨,张泽旭.人工势场和虚拟领航者结合的多智能体编队[J].*哈尔滨工业大学学报*, 2014, 46(05): 1-5.
- [26] 董胜龙,陈卫东,席裕庚.多移动机器人编队的分布式控制系统[J].*机器人*, 2000(06): 433-438.
- [27] Lin Z, Wang L, Han Z, et al. Distributed formation control of multi-agent systems using complex Laplacian[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, 59(7): 1765-1777.
- [28] Han Z, Wang L, Lin Z, et al. Formation control with size scaling via a complex Laplacian-based approach[J]. *IEEE transactions on cybernetics*, 2015, 46(10): 2348-2359.
- [29] Bae Y B, Lim Y H, Ahn H S. Distributed robust adaptive gradient controller in distance-based formation control with exogenous disturbance[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2020, 66(6): 2868-2874.
- [30] Fathian K, Summers T H, Gans N R. Distributed formation control and navigation of fixed-wing UAVs at constant altitude[C]. *2018 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, 2018: 300-307.
- [31] Zhou X, Wang Z, Wen X, et al. Decentralized spatial-temporal trajectory planning for multicopter swarms[J]. *arXiv preprint arXiv: 2106. 12481*, 2021.

作者简介

姓名：张鸿博 性别：男 民族：汉

出生年月：2000-09-19 籍贯：陕西省西安市

2015.09-2018.07 陕西师范大学附属中学

2018.07-2022.07 浙江大学攻读学士学位

获奖情况：2018-2019 浙江大学一等奖学金 2019-2020 浙江大学三等奖学金

2020-2021 浙江大学二等奖学金。

发表的学术论文：

[1]Zhang H, Li Y, Guo Y, et al. Control of Pneumatic Artificial Muscles with SNN-based Cerebellar-Like Model[C]//International Conference on Social Robotics. Springer, Cham, 2021: 824-8

